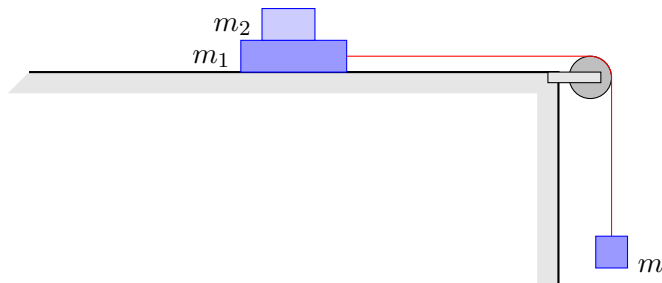


# Φυσική Α' Λυκείου

## Ασκήσεις - Προβλήματα



Γιώργος Χ. Παπαδημητρίου

© Ναύπακτος βιβή

Made with  $\text{\LaTeX}$  and TikZ

GPLv3 Licence



---

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Κινήσεις</b>	<b>1</b>
1.1	Τυπολόγιο Κινήσεων . . . . .	3
1.2	Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση . . . . .	5
1.2.1	Μετατόπιση - ταχύτητα - διαγράμματα . . . . .	5
1.2.2	Ερωτήσεις . . . . .	8
1.2.3	Προβλήματα . . . . .	10
1.3	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση . . . . .	12
1.3.1	Επιταχυνόμενη Κίνηση . . . . .	12
1.3.2	Επιβραδυνόμενη Κίνηση . . . . .	12
1.3.3	Εφαρμογές . . . . .	13
1.3.4	Διαγράμματα . . . . .	14
1.3.5	Εφαρμογές . . . . .	15
1.4	ΕΟΕΚ-Ερωτήσεις . . . . .	16
1.5	Προβλήματα . . . . .	24
1.5.1	Ασκήσεις στα διαγράμματα . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Δυναμική σε μία διάσταση</b>	<b>29</b>
2.1	Τυπολόγιο Νόμοι Νεύτωνα - Ελεύθερη πτώση . . . . .	31
2.2	1 <sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα . . . . .	33
2.3	Σύνθεση Δυνάμεων . . . . .	33
2.4	2 <sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα . . . . .	33
2.5	Ασκήσεις . . . . .	35
2.5.1	1ος - 2ος Νόμος Newton . . . . .	35
2.5.2	Βάρος, Μάζα, Ελεύθερη πτώση . . . . .	38
2.6	Προβλήματα . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Δυναμική στο επίπεδο</b>	<b>47</b>
3.1	Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο . . . . .	49
3.2	Δυναμική στο επίπεδο . . . . .	51
3.2.1	3 <sup>ος</sup> Νόμος Νεύτωνα . . . . .	51
3.2.2	Νόμος του Hooke . . . . .	51
3.2.3	Δυνάμεις . . . . .	51
3.2.4	Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες . . . . .	52
3.2.5	Σύνθεση πολλών δυνάμεων . . . . .	53
3.2.6	Στατική Τριβή . . . . .	54
3.2.7	Τριβή ολίσθησης . . . . .	54
3.3	Λυμένες Ασκήσεις . . . . .	56
3.4	Νόμοι Νεύτωνα . . . . .	59
3.4.1	Ερωτήσεις . . . . .	59

<b>4 Έργο - Ενέργεια</b>	<b>65</b>
4.1 Τυπολόγιο Έργο - Ενέργεια . . . . .	67
4.2 Έργο . . . . .	69
4.2.1 Έργο σταθερής δύναμης . . . . .	69
4.2.2 Ασκήσεις . . . . .	70
4.3 Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας . . . . .	72
4.3.1 Ασκήσεις-προβλήματα . . . . .	73
4.4 Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας . . . . .	74
4.4.1 Ασκήσεις-Προβλήματα . . . . .	75
4.5 Ισχύς . . . . .	76
4.5.1 Ρυθμοί μεταβολής . . . . .	76
4.5.2 Ασκήσεις . . . . .	76
4.6 Έργο-Ενέργεια, Ασκήσεις . . . . .	77
4.6.1 Α'-Β' Θέματα . . . . .	77
4.6.2 Γ'-Δ' Θέματα . . . . .	79
<b>5 Γενικές Ασκήσεις - Προβλήματα</b>	<b>81</b>
5.1 Προβλήματα Επανάληψης . . . . .	83
5.1.1 Επανάληψη, Θέματα Α'-Β' . . . . .	83
5.1.2 Επανάληψη, Θέμα Γ'-Δ' . . . . .	89
<b>6 Διαγωνίσματα - Τεστ</b>	<b>97</b>
6.1 Τεστ . . . . .	99
6.2 Διαγωνίσματα . . . . .	102

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

---

# Κινήσεις

*Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση*  
*Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση*



## 1.1 Τυπολόγιο Κινήσεων

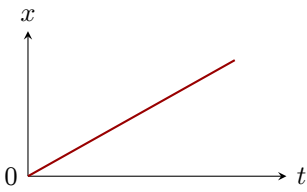

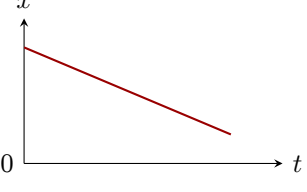
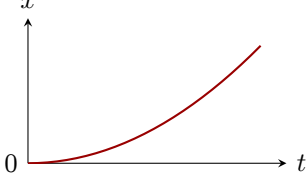
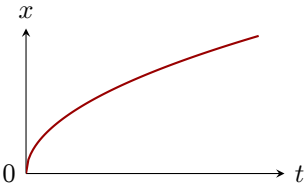
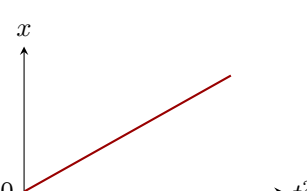
Πίνακας 1.1 - Τυπολόγιο Κινήσεων

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
<b>Ορισμοί βασικών μεγεθών</b>		
$\Delta x = x_2 - x_1$	Ορισμός Μετατόπισης	Αλγεβρικά, κανονικά είναι $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$
$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}, \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	Ορισμός ταχύτητας	Διανυσματικά, αλγεβρικά
$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Ορισμός επιτάχυνσης	Διανυσματικά, αλγεβρικά
<b>Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση</b>		
$\vec{v} = \text{σταθερή}$	Ορισμός Ε.Ο.Κ.	
$x = vt$ $x = x_0 + vt$	Εξίσωση κίνησης στην ΕΟΚ	$x_0$ η αρχική θέση
<b>Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση</b>		
$\vec{a} = \text{σταθερή}$	Ορισμός Ε.Ο.Ε.Κ.	
$v = v_0 + at$ $x = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	Εξίσωση ταχύτητας Εξίσωση κίνησης στην ΕΟΕΚ	$v_0$ η αρχική ταχύτητα $v$ η ταχύτητα σε χρόνο $t$ $x$ η θέση σε χρόνο $t$ $x_0$ η αρχική θέση
<b>Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση</b>		
$v = v_0 - at$ $x = v_0t - \frac{1}{2}at^2$ $x = x_0 + v_0t - \frac{1}{2}at^2$	Εξίσωση ταχύτητας Εξίσωση κίνησης στην Ε.Ο.Επιβρ.Κ.	$v_0$ η αρχική ταχύτητα $v$ η ταχύτητα σε χρόνο $t$ $x$ η θέση σε χρόνο $t$ $x_0$ η αρχική θέση

## Πίνακας 1.2 - Διαγράμματα

## Διάγραμμα θέσης-χρόνου


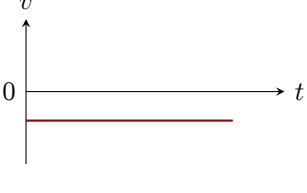
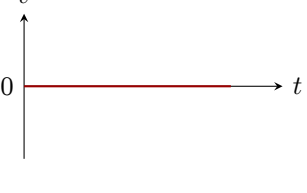
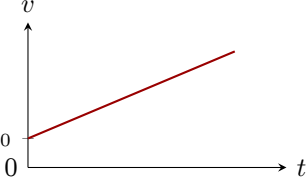
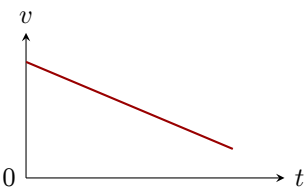
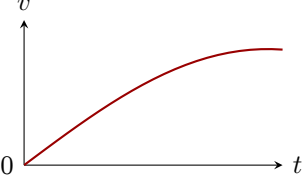
Η κλίση  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  =εφω, μας δίνει την ταχύτητα  $v$

 <p>Η θέση αυξάνεται γραμμικά (ομαλά) με τον χρόνο. Σταθερή, θετική ταχύτητα.</p>	 <p>Η θέση είναι σταθερή. Το σώμα είναι ακίνητο και η ταχύτητα είναι μηδέν.</p>	 <p>Η θέση μειώνεται γραμμικά (ομαλά) με τον χρόνο. Σταθερή, αρνητική ταχύτητα.</p>
 <p>Η θέση αυξάνεται μη-γραμμικά με τον χρόνο. Αν το σχήμα είναι παραβολή τότε έχουμε ταχύτητα που αυξάνεται με σταθερό ρυθμό → σταθερή επιτάχυνση <math>a &gt; 0</math>.</p>	 <p>Η θέση αυξάνεται μη-γραμμικά. Αν η καμπύλη είναι παραβολή τότε η ταχύτητα μειώνεται με σταθερό ρυθμό → σταθερή επιτάχυνση <math>a &lt; 0</math>.</p>	 <p>Η θέση αυξάνεται γραμμικά με το τετράγωνο του χρόνου. Έχουμε <b>σίγουρα</b> παραβολή άρα Ε.Ο.Ε.Κ. και η επιτάχυνση είναι σταθερή.</p>

## Διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου

Η κλίση  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  =εφω, μας δίνει την επιτάχυνση  $a$

Το εμβαδό μας δίνει την μετατόπιση  $\Delta x$

 <p>Έχουμε σταθερή, θετική ταχύτητα, άρα Ε.Ο.Κ.</p>	 <p>Έχουμε σταθερή αρνητική ταχύτητα. Το σώμα κάνει Ε.Ο.Κ. και κινείται προς τα αρνητικά του άξονα.</p>	 <p>Σταθερή μηδενική ταχύτητα. Το σώμα είναι ακίνητο.</p>
 <p>Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο. Υπάρχει αρχική ταχύτητα <math>v_0</math>. Έχουμε σταθερή θετική επιτάχυνση <math>a &gt; 0</math>.</p>	 <p>Η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο. Έχουμε σταθερή αρνητική επιτάχυνση <math>a &lt; 0</math>.</p>	 <p>Η ταχύτητα αυξάνεται μη-γραμμικά με τον χρόνο. Έχουμε μία γενική μεταβαλλόμενη κίνηση όπου η επιτάχυνση <b>δεν είναι σταθερή</b>.</p>

## Διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου

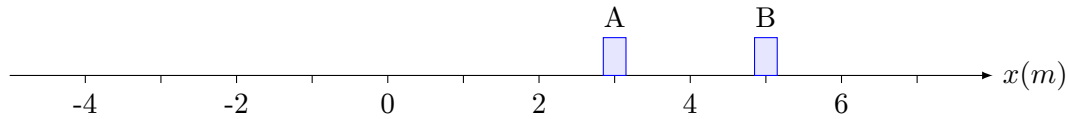
Το εμβαδό μας δίνει την μεταβολή  $\Delta v$  της ταχύτητας (αύξηση ή μείωση)



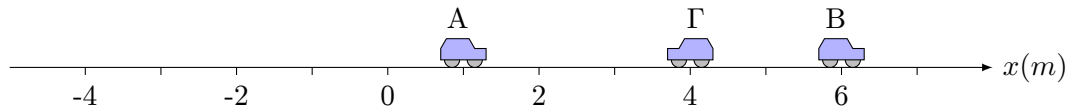
## 1.2 Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση

### 1.2.1 Μετατόπιση - ταχύτητα - διαγράμματα

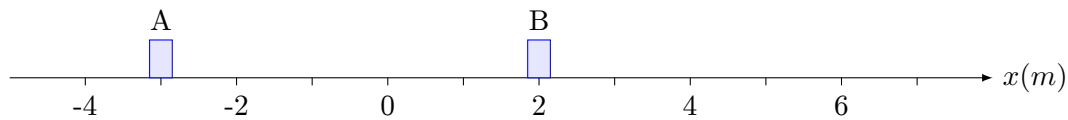
1. Να βρείτε τη μετατόπιση και το διάστημα που διένυσε το σώμα στα παρακάτω σχήματα. Το σώμα πηγαίνει από το σημείο Α στο Β, στο Γ, ...



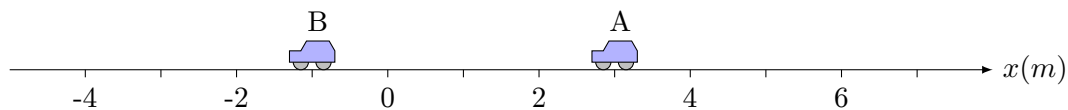
$x_A =$                        $x_B =$                        $\Delta x =$



$x_A =$                        $x_B =$                        $x_B =$   
 $\Delta x_1 =$                        $\Delta x_1 =$   
 $\Delta x_{ολ} =$                       Διάστημα  $S =$

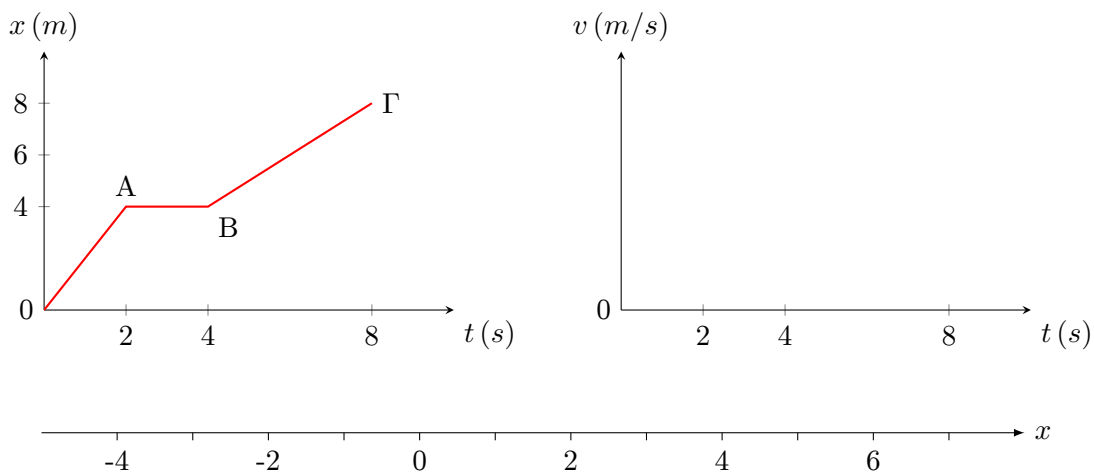


$x_A =$                        $x_B =$                        $\Delta x =$

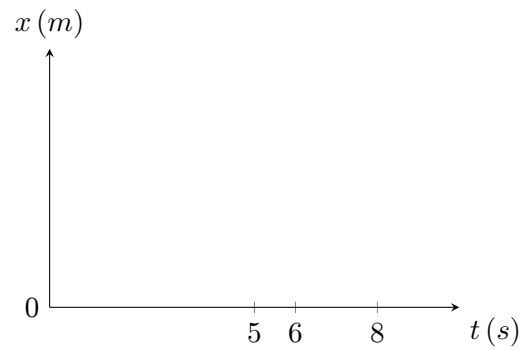
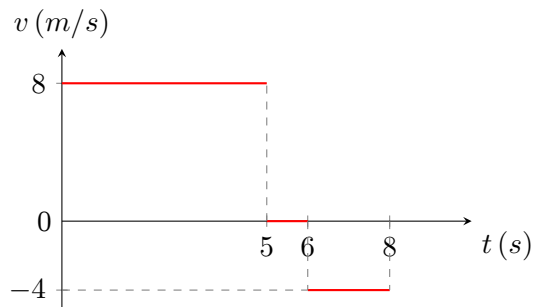


$x_A =$                        $x_B =$                        $\Delta x =$

2. Ένα παιδικό αυτοκινητάκι κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και οι θέσεις του τις διάφορες χρονικές στιγμές δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα  $x-t$ . Να σχεδιάσετε στον άξονα τις θέσεις του, τις χρονικές στιγμές  $t = 2, 4, 8 \text{ s}$ , και να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου ( $v-t$ ).



3. Ένα μικρό σώμα κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά, ξεκινώντας από τη θέση  $x = 0$ , και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του τις διάφορες χρονικές στιγμές φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα  $v-t$ . Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης-χρόνου ( $x-t$ ).

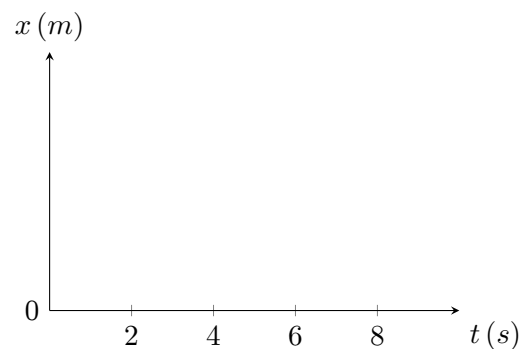
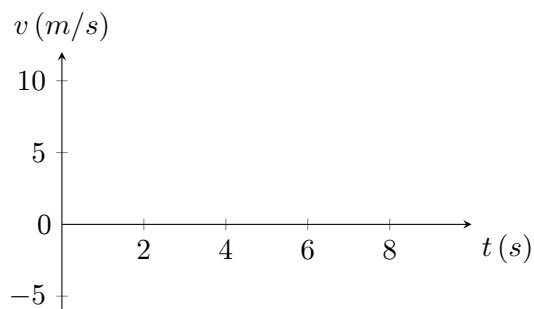


(α') Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τις χρονικές στιγμές  $t = 5$ ,  $t = 6$  και  $t = 8$  s;

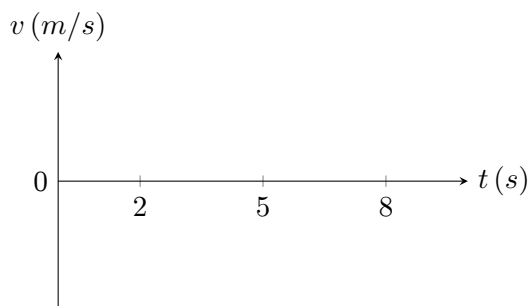
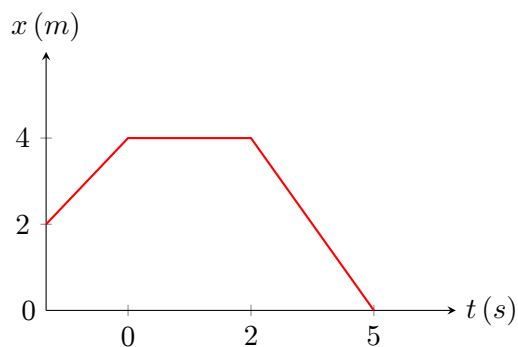
(β') Τι είδους κίνηση κάνει από  $t = 6$  έως  $t = 8$  s;

(γ') Ποια η συνολική του μετατόπιση, ποιο το διάστημα που διένυσε και ποια η μέση ταχύτητά του;

4. Μικρό σώμα κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 10$  m/s για χρόνο 5 s. Αμέσως μετά κινείται με αντίθετη φορά με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 5$  m/s για χρόνο 4 s. Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου γι' αυτή την κίνηση.



5. Ένα παιδικό αυτοκινητάκι κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και οι θέσεις του τις διάφορες χρονικές στιγμές δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα  $x - t$ .



(α') Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$ ;

(β') Ποια είναι η συνολική του μετατόπιση;

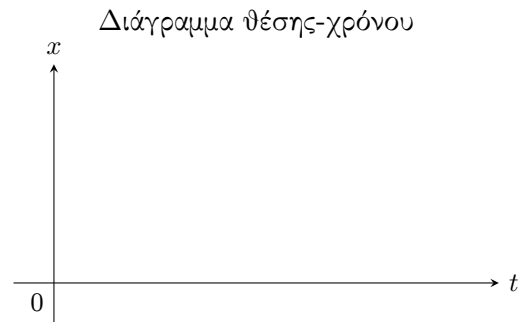
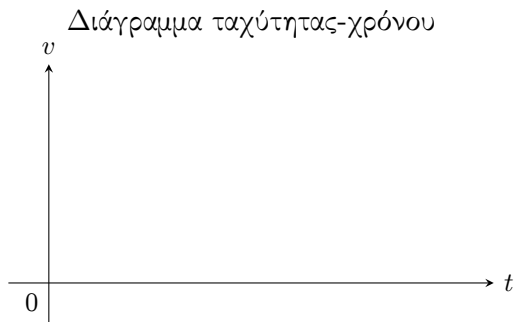
(γ') Να βρεθούν οι διάφορες ταχύτητες του σώματος, και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου ( $v - t$ ).

Ονομάζουμε Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν κινείται \_\_\_\_\_ και η \_\_\_\_\_ είναι σταθερή.

Εξίσωση ταχύτητας:  $v =$

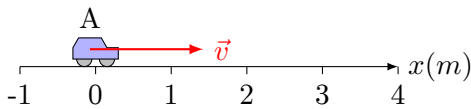
Εξίσωση κίνησης:  $x =$

Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου:



---> ∞ <---

A'.

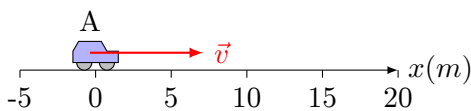


Το αυτοκίνητο της εικόνας έχει ταχύτητα μέτρου  $v = 10 \text{ m/s}$

Οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$$

B'.

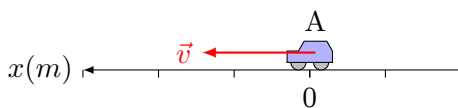


Το αυτοκίνητο της κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$ .

Αν σε χρόνο  $t = 2\text{s}$  περνάει από τη θέση  $x = 5\text{m}$  οι

εξισώσεις του είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$

Γ'.



Αν το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα μέτρου  $v = 20\text{m/s}$

οι εξισώσεις του είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$

Τη χρονική στιγμή  $t = 5\text{s}$  βρίσκεται στη θέση:  $x =$

Θα περάσει από τη θέση  $x = 160\text{m}$  τη χρονική στιγμή  $t =$



(α') Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών  $v_A$  και  $v_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

i.  $2v_A = 5v_B$

ii.  $5v_A = 2v_B$

iii.  $3v_A = 5v_B$

(β') Τη χρονική στιγμή  $t_1$  τα δύο κινητά απέχουν μεταξύ τους απόσταση:

i.  $5x_1$ .

ii.  $2x_1$ .

iii. μηδέν.

8. Το μέτρο της ταχύτητας αθλητή των 100 m είναι ίσο με  $v_A = 36 \text{ km/h}$  και το μέτρο της ταχύτητας ενός σαλιγκαριού είναι ίσο με  $v_\Sigma = 1 \text{ cm/s}$ .

Το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων του αθλητή και του σαλιγκαριού  $\frac{v_A}{v_\Sigma}$ , είναι ίσο με:

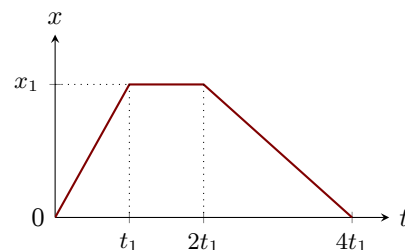
(α') 100

(β') 1000

(γ') 36

9. Στο διπλανό διάγραμμα θέσης-χρόνου φαίνεται η γραφική παράσταση  $x = f(t)$  για κινητό που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας στις παρακάτω ερωτήσεις:



(α') Να περιγράψετε τα είδη των κινήσεων που κάνει το σώμα.

(β') Τα μέτρα των ταχυτήτων  $v_1$  και  $v_2$  τα χρονικά διαστήματα  $0 \rightarrow t_1$  και  $2t_1 \rightarrow 4t_1$  αντίστοιχα, ικανοποιούν τη σχέση:

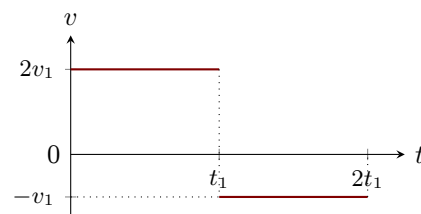
i.  $v_1 = 2v_2$

ii.  $2v_1 = v_2$

iii.  $v_1 = v_2$

10. Ένα σώμα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Να χαρακτηρίσετε Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας στις παρακάτω προτάσεις:



(α') Το σώμα κινείται συνεχώς προς τα θετικά του άξονα.

(β') Το διάστημα  $s_1$  που διανύει από  $0 \rightarrow t_1$  είναι ίσο από το διάστημα που διανύει από  $t_1 \rightarrow 2t_1$ .

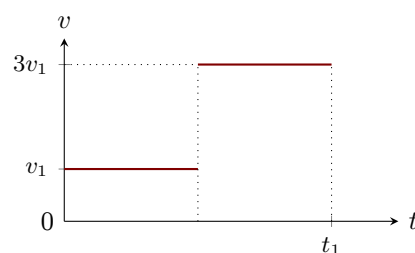
(γ') Αν το διάστημα που διανύει από  $0 \rightarrow t_1$  είναι  $s_1$  τότε η συνολική του μετατόπιση είναι  $+s_1/2$ .

(δ') Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα είναι  $3v_1 t_1$ .

(ε') Η μέση ταχύτητά του για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 2t_1$  είναι  $\frac{3}{2}v_1$ .

11. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση  $v = f(t)$  (αλγεβρική τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο) για κινητό που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

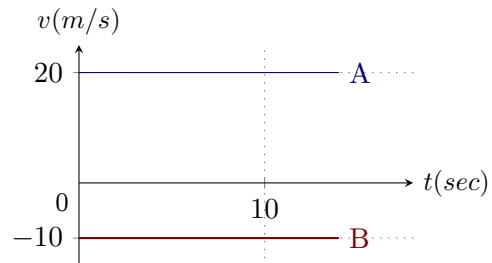
Να χαρακτηρίσετε Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας στις παρακάτω προτάσεις:



(α') Το σώμα κινείται συνεχώς προς τα θετικά του άξονα.

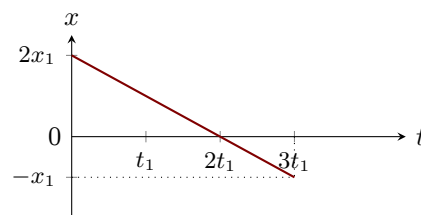
- (β') Το διάστημα  $s_1$  που διανύει από  $0 \rightarrow t_1$  είναι τριπλάσιο από το διάστημα που διανύει από  $t_1 \rightarrow 2t_1$ .
- (γ') Αν το διάστημα που διανύει από  $0 \rightarrow t_1$  είναι  $s_1$  τότε η συνολική του μετατόπιση είναι  $3s_1$ .
- (δ') Η μέση ταχύτητά του για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 2t_1$  είναι  $2v_1$ .

12. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της αλγεβρική τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο για δύο αυτοκίνητα που κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο. Την χρονική στιγμή  $t_1 = 10$  s τα δύο αυτοκίνητα περνάνε από το ίδιο σημείο του δρόμου. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος και να δικαιολογήσετε την άποψή σας.



- (α') Τα αυτοκίνητα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.
- (β') Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τα αυτοκίνητα απέχουν μεταξύ τους  $d = 200$  m.
- (γ') Τη χρονική στιγμή  $t = 15$  s τα αυτοκίνητα απέχουν μεταξύ τους 150 m.

13. Στο διπλανό διάγραμμα θέσης-χρόνου φαίνεται η γραφική παράσταση  $x = f(t)$  για κινητό που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Να χαρακτηρίσετε Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις και να δικαιολογήστε τις επιλογές σας:



- (α') Το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα.
- (β') Τη χρονική στιγμή  $2t_1$  η ταχύτητα του σώματος αλλάζει φορά.
- (γ') Τη χρονική στιγμή  $2t_1$  το σώμα περνά από την αρχή των αξόνων.
- (δ') Η κίνηση του κινητού είναι πάντα Ευθύγραμμη Ομαλή.
- (ε') Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $3t_1$  είναι αντίθετη από την ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

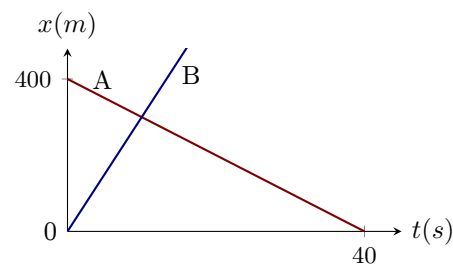
### 1.2.3 Προβλήματα

14. Η εξίσωση ενός ποδηλάτη που κινείται σε μεγάλο ευθύγραμμο δρόμο είναι  $x = 8t$  (S.I.).
- (α') Να βρεθεί το είδος την κίνησης του ποδηλάτη.
- (β') Σε ποιες θέσεις βρίσκεται αυτός τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 10$  s και  $t_2 = 50$  s.
- (γ') Ποια χρονική στιγμή θα διανύσει απόσταση ενός χιλιομέτρου;
- (δ') Να βρεθεί η μετατόπισή του από τη χρ. στιγμή  $t_2$  έως τη χρ. στιγμή  $2t_2$ .
15. Αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_1 = 30$  m/s διέρχεται μπροστά από ένα τηλεφωνικό θάλαμο που βρίσκεται στην άκρη του ευθύγραμμου δρόμου. Θεωρούμε αυτή τη στιγμή ως  $t = 0$ . Δέκα δευτερόλεπτα μετά από το ίδιο σημείο διέρχεται ασθενοφόρο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα  $v_2$  και με την ίδια φορά. Τα δύο οχήματα συναντώνται 1 min μετά την διέλευση του ασθενοφόρου από τον τηλεφωνικό θάλαμο.
- (α') Να βρεθεί σε πόση απόσταση από τον θάλαμο συναντήθηκαν τα δύο οχήματα.
- (β') Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του ασθενοφόρου.

- (γ') Ποιά χρονική στιγμή θα φτάσει το ασθενοφόρο να φτάσει στο νοσοκομείο που απέχει από τον θάλαμο απόσταση 2,1 Km;  
 (δ') Με ποιιά χρονική καθυστέρηση θα φτάσει το αυτοκίνητο στο νοσοκομείο;

16. Δύο αυτοκίνητα A και B κινούνται πάνω στον άξονα  $x'Ox$ . Η θέση  $x$  του καθενός φαίνεται στο διπλανό σχήμα σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$ .

Αν γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα του αυτοκινήτου B είναι 30 m/s, να υπολογίσετε:

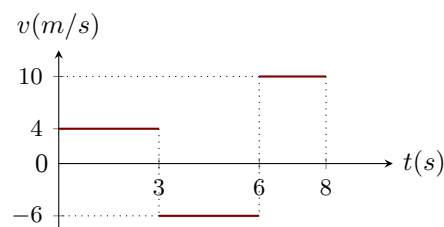


- (α') Τις εξισώσεις κίνησης των αυτοκινήτων.  
 (β') Να βρείτε την χρονική στιγμή και τη θέση της συνάντησης των αυτοκινήτων.  
 (γ') Να υπολογίσετε την απόσταση των αυτοκινήτων όταν το αυτοκίνητο A διέρχεται από την αρχή των αξόνων  $O$  ( $x = 0$ ).  
 17. Δύο ποδηλάτες βρίσκονται ακίνητοι στην αφετηρία ενός ευθύγραμμου δρόμου. Ο ποδηλάτης A ξεκινάει πρώτος και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 10$  m/s και μετά από τρία δευτερόλεπτα ξεκινάει και ο ποδηλάτης B, κινούμενος προς τον A, με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 15$  m/s.

- (α') Να βρείτε πότε και που θα συναντηθούν οι δύο ποδηλάτες.  
 (β') Να γίνουν τα διαγράμματα θέσης-χρόνου ( $x = f(t)$ ) και ταχύτητας-χρόνου ( $v = g(t)$ ) για τους δύο ποδηλάτες.

18. Ένα κινητό κινείται σε ευθύγραμμο άξονα  $x'Ox$ . Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση  $v = f(t)$  (της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο).

Το σώμα τη χρονική στιγμή μηδέν ( $t_0 = 0$ ) διέρχεται από την αρχή  $O$  του άξονα.



- (α') Να βρεθεί η μετατόπιση του κινητού και η τελική του θέση.  
 (β') Να βρεθεί η θέση του κινητού τη στιγμή  $t = 6$  s.  
 (γ') Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του σώματος από  $0 \rightarrow 8$  s  
 (δ') Να γίνουν τα διαγράμματα θέσης-χρόνου ( $x = f(t)$ ) και διαστήματος-χρόνου ( $s = g(t)$ ).  
 19. Δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στα σημεία A και B ενός ευθύγραμμου δρόμου. Το αυτοκίνητο A ξεκινάει πρώτο να κινείται προς το B με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 20$  m/s και μετά από δύο δευτερόλεπτα ξεκινάει και το αυτοκίνητο B, κινούμενο προς το A με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 15$  m/s. Η αρχική απόσταση AB είναι  $d = 1,5$  Km.  
 (α') Να βρείτε πότε και που θα συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα.  
 (β') Να γίνουν τα διαγράμματα θέσης-χρόνου ( $x = f(t)$ ) και ταχύτητας-χρόνου ( $v = g(t)$ ) για τα δύο αυτοκίνητα.  
 (γ') Να λυθεί η ίδια άσκηση με το αυτοκίνητο B να κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

## 1.3 Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση

### 1.3.1 Επιταχυνόμενη Κίνηση

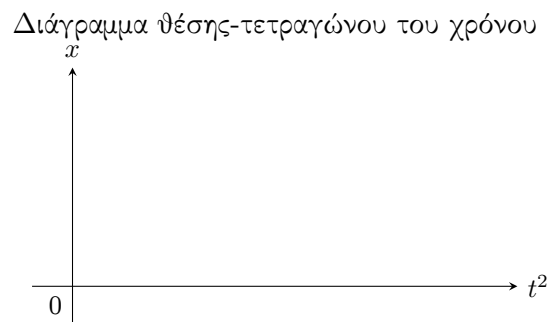
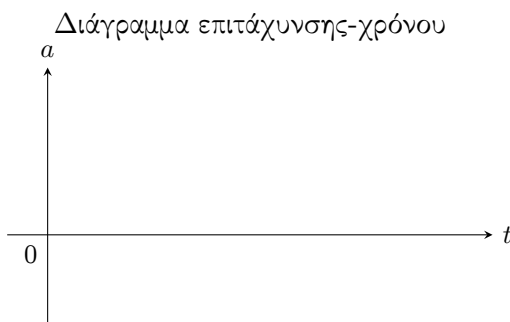
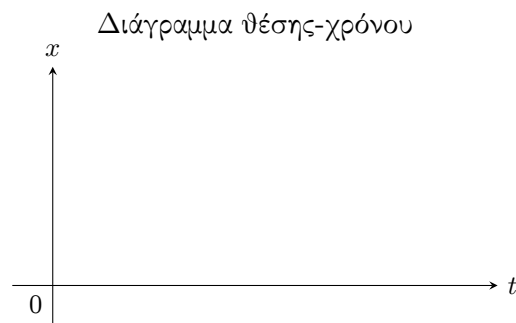
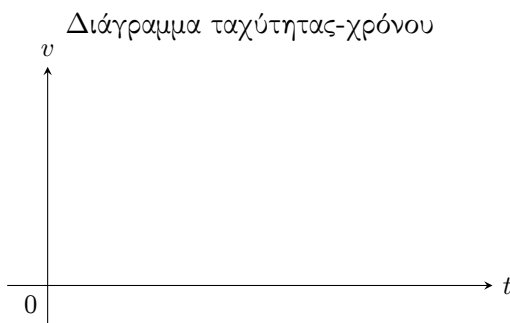
Ονομάζουμε Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν κινείται \_\_\_\_\_ και η \_\_\_\_\_ είναι σταθερή.

Εξίσωση επιτάχυνσης:  $a =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$

Εξίσωση ταχύτητας:  $v =$

Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα θέσης-χρόνου, ταχύτητας-χρόνου και επιτάχυνσης-χρόνου:



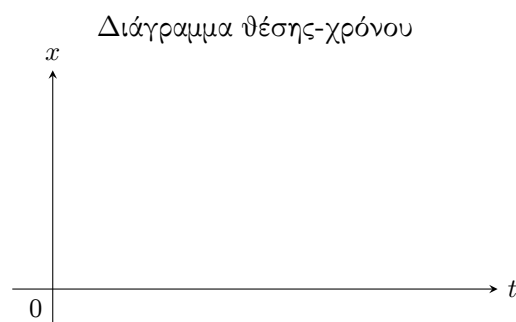
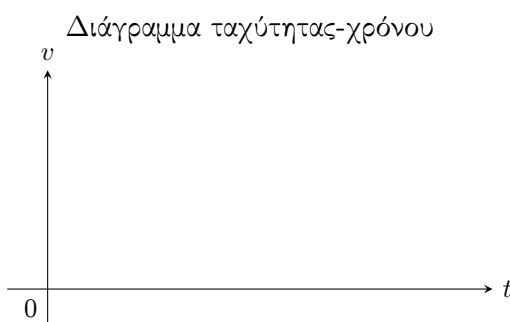
### 1.3.2 Επιβραδυνόμενη Κίνηση

Ονομάζουμε Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν κινείται \_\_\_\_\_, η \_\_\_\_\_ είναι σταθερή και το διάνυσμά της είναι \_\_\_\_\_ της ταχύτητας. Τότε η ταχύτητα του σώματος \_\_\_\_\_ κατά μέτρο.

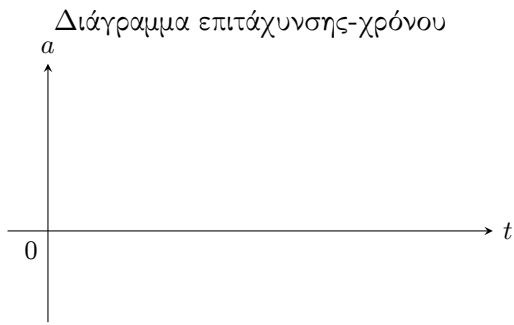
Εξίσωση επιτάχυνσης:  $a =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$

Εξίσωση ταχύτητας:  $v =$

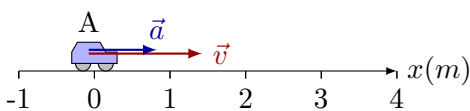






---> ∞ <---

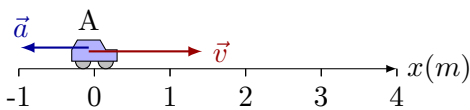
### 1.3.3 Εφαρμογές



Το αυτοκίνητο της εικόνας επιταχύνεται ή επιβραδύνεται;

Αν  $v = 10 \text{ m/s}$  και  $a = 4 \text{ m/s}^2$  οι εξισώσεις του

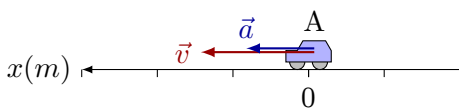
είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$



Το αυτοκίνητο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται;

Αν  $v = 20 \text{ m/s}$  και  $a = 5 \text{ m/s}^2$  οι εξισώσεις του

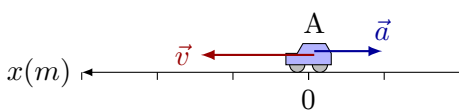
είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$



Το αυτοκίνητο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται;

Αν  $v = 15 \text{ m/s}$  και  $a = 3 \text{ m/s}^2$  οι εξισώσεις του

είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$



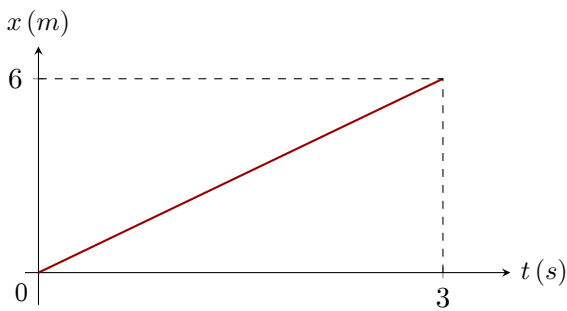
Το αυτοκίνητο επιταχύνεται ή επιβραδύνεται;

Αν  $v = 30 \text{ m/s}$  και  $a = 8 \text{ m/s}^2$  οι εξισώσεις του

είναι:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$

~o~

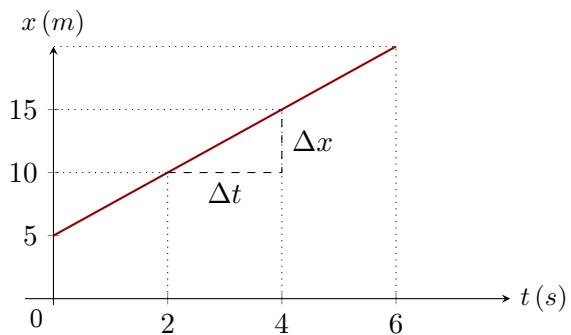
### 1.3.4 Διαγράμματα



Το σώμα κάνει:

Ταχύτητα  $v = \text{κλίση} = \frac{\Delta x}{\Delta t} =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$

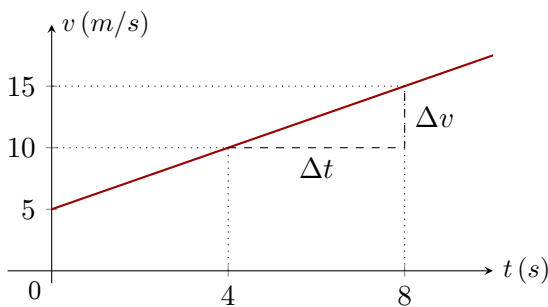


Το σώμα κάνει:

Ταχύτητα  $v = \text{κλίση} = \frac{\Delta x}{\Delta t} =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$

Στα παρακάτω διαγράμματα θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ .

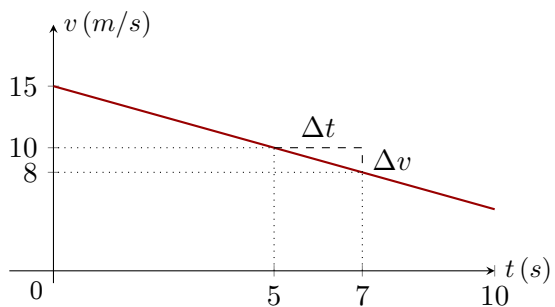


Το σώμα κάνει:

Επιτάχυνση:  $a = \text{κλίση} = \frac{\Delta v}{\Delta t} =$

Εξίσωση ταχύτητας:  $v =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$

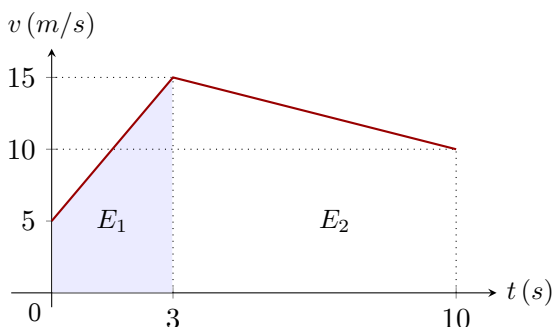


Το σώμα κάνει:

Επιτάχυνση:  $a = \text{κλίση} = \frac{\Delta v}{\Delta t} =$

Εξίσωση ταχύτητας:  $v =$

Εξίσωση κίνησης:  $x =$



Το σώμα κάνει:

$0 \rightarrow 3 \text{ s}:$

$3 \rightarrow 10 \text{ s}:$

Μετατόπιση:

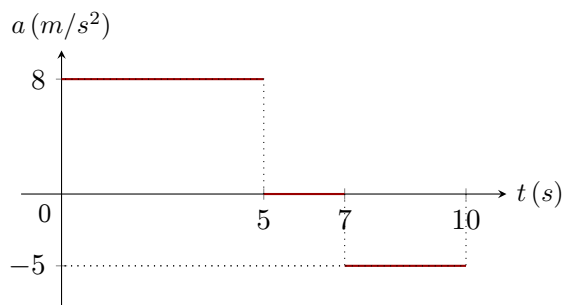
$0 \rightarrow 3 \text{ s}:$   $\Delta x_1 = E_1 =$

$3 \rightarrow 10 \text{ s}:$   $\Delta x_2 = E_2 =$

Μετατόπιση:  $\Delta x_{\text{ολ}} =$

Διάστημα:  $S =$

Μέση ταχύτητα:  $v_{\mu} =$



Το σώμα κάνει:

$0 \rightarrow 5 \text{ s}:$

$5 \rightarrow 7 \text{ s}:$

$5 \rightarrow 7 \text{ s}:$

Μεταβολή ταχύτητας:

$0 \rightarrow 5 \text{ s}:$   $\Delta v_1 = E_1 =$

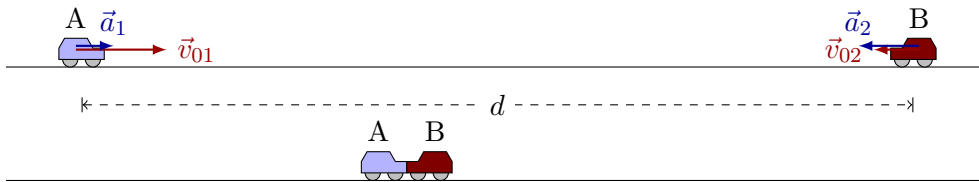
$5 \rightarrow 7 \text{ s}:$   $\Delta v_2 = E_2 =$

$7 \rightarrow 10 \text{ s}:$   $\Delta v_3 = E_3 =$

Συνολική μεταβολή ταχύτητας:  $\Delta v =$

### 1.3.5 Εφαρμογές

#### Συνάντηση κινητών



Τα αυτοκίνητα της παραπάνω εικόνας απέχουν  $d = 30\text{ m}$ , έχουν ταχύτητες  $v_{01} = 10\text{ m/s}$  και  $v_{02} = 5\text{ m/s}$ , και επιταχύνσεις  $a_1 = 2\text{ m/s}^2$  και  $a_2 = 4\text{ m/s}^2$  αντίστοιχα.

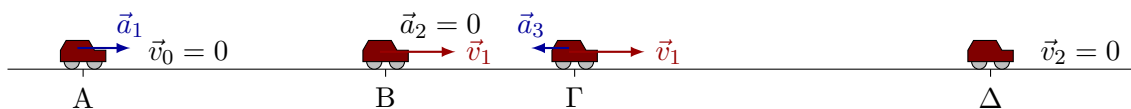
Το πρώτο κάνει \_\_\_\_\_ κίνηση, άρα:  $\begin{cases} v_1 = \\ x_1 = \end{cases}$

Το δεύτερο κάνει \_\_\_\_\_ κίνηση, άρα:  $\begin{cases} v_2 = \\ x_2 = \end{cases}$

Για τα διαστήματα (μετατοπίσεις)  $x_1$  και  $x_2$  που διανύουν μέχρι να συναντηθούν, ισχύει:  $x_1 + x_2 = d \Leftrightarrow$

Άρα θα συναντηθούν σε χρόνο  $t =$  και η συνάντηση θα γίνει σε απόσταση  $x_1 =$

#### Ένα σώμα, πολλές κινήσεις...



Το αυτοκίνητο της πάνω εικόνας ξεκινάει με επιτάχυνση  $a_1 = 5\text{ m/s}^2$  και κινείται για  $t_1 = 4\text{ s}$  (ΑΒ). Στη συνέχεια κινείται για  $t_2 = 2\text{ s}$  με την ταχύτητα που απέκτησε (ΒΓ) και μετά επιβραδύνεται με επιβράδυνση μέτρου  $a_3 = 4\text{ m/s}^2$  μέχρι να σταματήσει (ΓΔ).

Στη διαδρομή (ΑΒ) κάνει \_\_\_\_\_ κίνηση, άρα:  $\begin{cases} v_1 = \\ x_1 = \end{cases}$

Στη διαδρομή (ΒΓ) κάνει \_\_\_\_\_ κίνηση. άρα:  $\begin{cases} v_1 = \\ x_2 = \end{cases}$

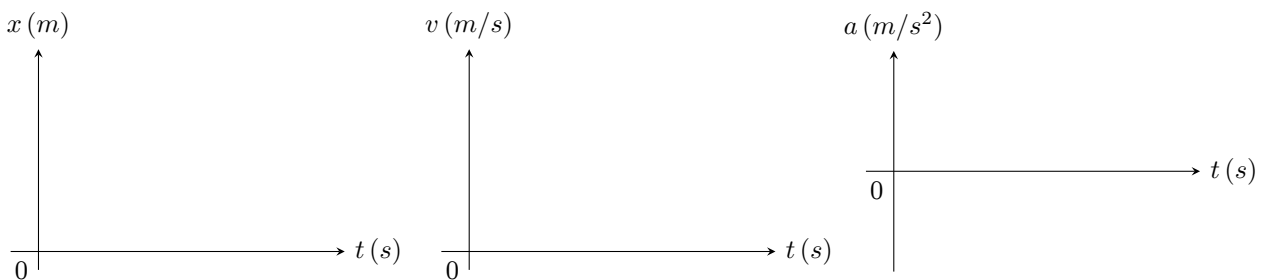
Στη διαδρομή (ΓΔ) κάνει \_\_\_\_\_ κίνηση, άρα:  $\begin{cases} v = \\ x = \end{cases}$

Το σώμα στη κίνηση ΓΔ έχει αρχική ταχύτητα  $v_0 =$  και τελική ταχύτητα  $v =$ .

Άρα από την εξίσωση ταχύτητας μπορούμε να βρούμε τον χρόνο της επιβράδυνσης  $t_3 =$

Και αντικαθιστούμε τον χρόνο  $t_3$  στην εξίσωση της κίνησης  $x_3 =$

Σχεδιάζουμε τα διαγράμματα  $x = f(t)$ ,  $v = f(t)$ ,  $a = f(t)$ :

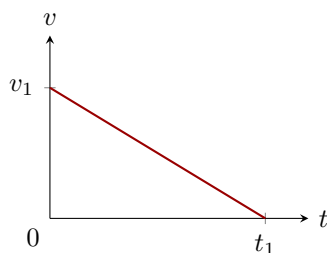


## 1.4 ΕΟΕΚ-Ερωτήσεις

- Η επιτάχυνση στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση:
  - είναι διανυσματικό μέγεθος.
  - έχει σε κάθε περίπτωση την κατεύθυνση της κίνησης.
  - ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης προς τη χρονική διάρκεια που συνέβη η μετατόπιση αυτή.
  - έχει μονάδα μέτρησης στο σύστημα μονάδων S.I. το  $\text{m/s}^2$ .
- Υλικό σημείο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται.  
Η επιτάχυνση του υλικού σημείου:
  - ισούται με μηδέν.
  - είναι σταθερή και έχει ίδια φορά με την ταχύτητα του υλικού σημείου.
  - είναι σταθερή και έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του υλικού σημείου.
  - αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.
- Ένα αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου  $5 \text{ m/s}^2$ . Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
  - Η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με  $2 \text{ m/s}$ .
  - Αν τη χρονική στιγμή  $t = 2$  το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου ήταν ίσο με  $5 \text{ m/s}$ , τότε τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  θα είναι ίσο με  $25 \text{ m/s}$ .
  - Σε κάθε  $1$  δευτερόλεπτο το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $5 \text{ m}$ .
  - Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του αυτοκινήτου αυξάνεται κατά  $5$  κάθε δευτερόλεπτο.
- Ένα υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και η εξίσωση ταχύτητάς του είναι  $v = 4 + 2t$  (S.I.). Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
  - Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του υλικού σημείου έχουν την ίδια φορά.
  - Η κλίση της καμπύλης της γραφικής παράστασης  $v = f(t)$  ισούται με  $+ 2 \text{ m/s}^2$ .
  - Η εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου είναι  $x = 4t + 2t^2$  (S.I.).
  - Η μεταβολή της ταχύτητας του υλικού σημείου στη χρονική διάρκεια του 7<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησής του ισούται με  $+ 4 \text{ m/s}$ .
- Υλικό σημείο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.  
Η επιτάχυνση του υλικού σημείου:
  - ισούται με μηδέν.
  - είναι σταθερή και έχει ίδια φορά με την ταχύτητα του υλικού σημείου.
  - είναι σταθερή και έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του υλικού σημείου.
  - μειώνεται με σταθερό ρυθμό.
- ο μέτρο της ταχύτητας ενός δρομέα μειώνεται σταθερά από  $10 \text{ m/s}$  σε  $4 \text{ m/s}$  μέσα σε χρόνο  $2 \text{ s}$ . Το μέτρο της επιτάχυνσης του δρομέα είναι
 

(α) $5\text{m/s}^2$	(β) $2\text{m/s}^2$	(γ) $3\text{m/s}^2$	(δ) $6\text{m/s}^2$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------
- Ένας ποδηλάτης ξεκινάει να κινείται ευθύγραμμα και επιταχυνόμενα, και η ταχύτητά του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.  
Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- (α') Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  που ξεκινά να κινείται ο ποδηλάτης η ταχύτητά του είναι ίση με μηδέν, άρα και η επιτάχυνσή του είναι ίση με μηδέν.
- (β') Στις χρονικές στιγμές 2 s και 5 s η ταχύτητα του ποδηλάτη είναι ίδια.
- (γ') Στη χρονική διάρκεια του 1<sup>ου</sup> δευτερολέπτου και στη χρονική διάρκεια του 6<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης η μετατόπιση του ποδηλάτη είναι η ίδια.
- (δ') Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης και της ταχύτητας του ποδηλάτη κάθε χρονική στιγμή η ίδια.
- (ε') Στη χρονική διάρκεια του 1<sup>ου</sup> δευτερολέπτου και στη χρονική διάρκεια του 6<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης η μεταβολή της ταχύτητας του ποδηλάτη είναι η ίδια.
8. Ένα υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και η εξίσωση ταχύτητάς του είναι η  $v = 10 - 2t$  (S.I.). Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
- (α') Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του υλικού σημείου έχουν την ίδια φορά.
- (β') Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας ισούται με  $-2 \text{ m/s}^2$ .
- (γ') Η ταχύτητα του υλικού σημείου μηδενίζεται τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ s}$ .
- (δ') Η μεταβολή της ταχύτητας του υλικού σημείου στη χρονική διάρκεια του 4<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησής του ισούται με  $-2 \text{ m/s}$ .
9. Μικρό όχημα κινείται πάνω στον άξονα  $x'Ox$  εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση  $v = f(t)$  και τον άξονα των χρόνων, για χρονική διάρκεια  $\Delta t$ , ισούται αριθμητικά με:
- (α') τη μεταβολή της ταχύτητας του οχήματος.
- (β') την επιτάχυνση του οχήματος.
- (γ') την ταχύτητα του οχήματος στο της χρονικής διάρκειας  $\Delta t$ .
- (δ') τη μετατόπιση του οχήματος.
10. Ένα σώμα ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να κινείται ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενα από τη θέση  $x = 0$  προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα και η ταχύτητά του αυξάνεται κατά 20 m/s κάθε 4 δευτερόλεπτα. Η εξίσωση κίνησης του δρομέα είναι η:
- (α')  $x = 5t^2$  (S.I.)      (β')  $x = 2t^2$  (S.I.)      (γ')  $x = 10t^2$  (S.I.)      (δ')  $x = 20t^2$  (S.I.)
11. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και η ταχύτητά του μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- (α') Τα διανύσματα  $\vec{v}$  και  $\vec{a}$  έχουν την ίδια κατεύθυνση.
- (β') Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι αρνητικός.
- (γ') Τη χρονική στιγμή  $t = t_1$  το σώμα είναι στιγμιαία ακίνητο.
- (δ') Η κλίση της γραφικής παράστασης της ταχύτητας έχει σταθερή αρνητική τιμή.
- (ε') Το εμβαδόν της γραφικής παράστασης της ταχύτητας μέχρι τον άξονα του χρόνου στο διάγραμμα μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος.

12. Ένα σώμα περνάει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  από τη θέση  $x = 0$  με ταχύτητα μέτρου  $v = 10 \text{ m/s}$  και κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η ταχύτητά του μεταβάλλεται κατά  $10 \text{ m/s}$  κάθε  $2$  δευτερόλεπτα.

(α') Η εξίσωση ταχύτητας του σώματος είναι η:

i.  $v = 10$  (S.I.)      ii.  $v = 10 - 5t$  (S.I.)      iii.  $x = 5t$  (S.I.)      iv.  $v = 10 + 5t$  (S.I.)

(β') Η εξίσωση κίνησης του σώματος στο (S.I.) είναι η:

i.  $x = 10t + 5t^2$       ii.  $x = 5t + 5t^2$       iii.  $x = 10t + 5t^2$       iv.  $x = 10t + 10t^2$

13. Δυο αυτοκίνητα (A) και (B) έχουν μαζί με τους οδηγούς του ίσες μάζες και κινούνται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Οι οδηγοί των αυτοκινήτων κάποια στιγμή φρενάρουν και τα αυτοκίνητα επιβραδύνονται με την ίδια επιβράδυνση.

Αν το αυτοκίνητο (A) εκκινεί αρχικά με μεγαλύτερη ταχύτητα από το (B), τότε αυτό που θα διανύσει μεγαλύτερο διάστημα μέχρι να σταματήσει, είναι:

(α') το αυτοκίνητο (A)

(β') το αυτοκίνητο (B)

(γ') κανένα από τα δύο, αφού θα διανύσουν το ίδιο διάστημα.

14. Ένα αρχικά ακίνητο σώμα, αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση.

Αν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ίσο με  $v_1$ , τότε τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2t_1$  το μέτρο της ταχύτητάς του είναι ίσο με:

(α')  $2v_1$

(β')  $4v_1$

(γ')  $\frac{v_1}{2}$

15. Μικρό σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $10 \text{ m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερό ρυθμό ίσο με  $2,5 \text{ m/s}^2$ .

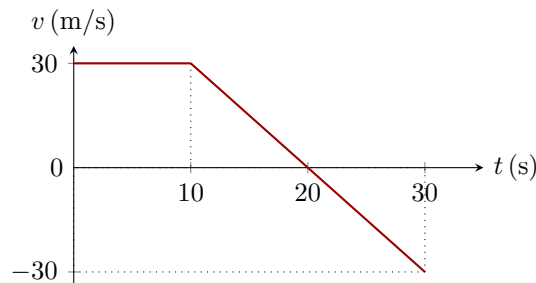
Η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s μέχρι να σταματήσει, θα είναι ίση με:

(α')  $40 \text{ m}$

(β')  $4 \text{ m}$

(γ')  $20 \text{ m}$

16. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή που πήραμε ως  $t = 0$ , το σώμα θεωρούμε ότι περνά από την αρχή ( $x_0 = 0$ ) ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$ .



(α') Η μετατόπιση του αυτοκινήτου από  $0$  έως  $30\text{s}$  είναι:

i.  $300\text{m}$

ii.  $600\text{m}$

iii.  $-300\text{m}$

(β') Το διάστημα του αυτοκινήτου από  $0$  έως  $30\text{s}$  είναι:

i. 450m

ii. 600m

iii. -300m

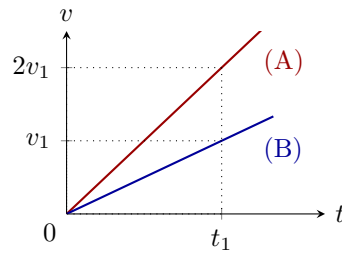
17. Ένα αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s, πατάει το γκαζί οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει διανύσει διάστημα  $S_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2t_1$  έχει διανύσει διάστημα  $S_2$ . Τα διαστήματα  $S_1$  και  $S_2$  συνδέονται με τη σχέση

(α')  $S_1 = S_2$

(β')  $S_1 = 2S_2$

(γ')  $S_1 = 4S_2$

18. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο. Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ , το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_1$ , είναι:

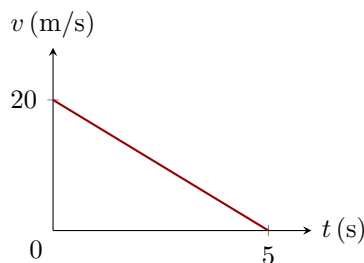


(α') το μισό από το διάστημα που έχει διανύσει το  $\Sigma_2$

(β') ίσο με το διάστημα που έχει διανύσει το  $\Sigma_2$

(γ') το διπλάσιο από το διάστημα που έχει διανύσει το  $\Sigma_2$

19. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για αυτοκίνητο που κινούνται ευθύγραμμα και επιβραδύνεται. Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s, το αυτοκίνητο:



(α') έχει επιβράδυνση μέτρου  $5\text{m/s}^2$  και διανύει 200 m

(β') έχει επιβράδυνση μέτρου  $4\text{m/s}^2$  και διανύει 100 m

(γ') έχει επιβράδυνση μέτρου  $4\text{m/s}^2$  και διανύει 50 m

20. Δύο κινητά A και B κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα  $Ox$  και έχουν εξισώσεις κίνησης  $x_A = 6t$  (SI) και  $x = 2t^2$  (SI) αντίστοιχα.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

(α')  $t = 2$  s

(β')  $t = 1,5$  s

(γ')  $t = 3$  s

21. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d_1$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή  $v_2 = 2v_1$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d_2$ .

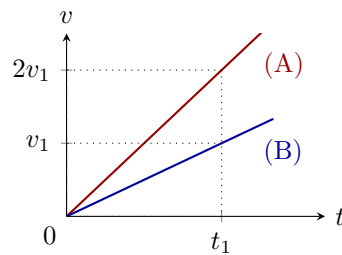
Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει :

(α')  $d_2 = 2d_1$

(β')  $d_2 = 3d_1$

(γ')  $d_2 = 4d_1$

22. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο.



Τα μέτρα των επιταχύνσεων με τα οποία κινούνται τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $a_1 = a_2$

(β')  $a_1 = 2a_2$

(γ')  $a_2 = 2a_1$

23. Ένα κινητό διέρχεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s από τη θέση  $x_0 = 0$  m ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$  κινούμενο κατά μήκος του άξονα και προς τη θετική του φορά. Η εξίσωση της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής,  $x = 5t + 2t^2$  (S.I).

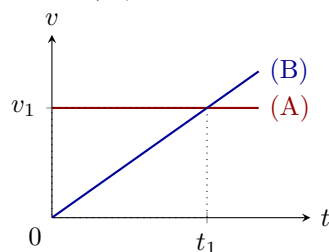
Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή  $t = 5$  s, είναι ίσο με:

(α') 5 m/s

(β') 25 m/s

(γ') 10 m/s

24. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται ευθύγραμμα, σε οριζόντιο δρόμο.



Η σχέση των διαστημάτων που έχουν διανύσει μέχρι την χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

(α')  $s_A = s_B$

(β')  $s_A = 2s_B$

(γ')  $s_B = 2s_A$

25. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση. Το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια του 1<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης του διανύει διάστημα ίσο με  $s_1$ , ενώ στη διάρκεια του 2<sup>ου</sup> δευτερολέπτου διανύει διάστημα ίσο με  $s_2$ .

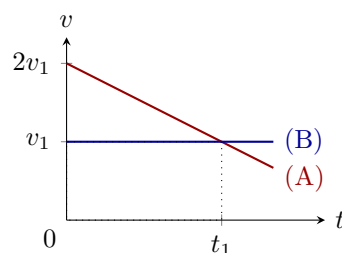
Για τα διαστήματα  $s_1$  και  $s_2$  ισχύει η σχέση:

(α')  $s_1 = 2s_2$

(β')  $s_2 = 2s_1$

(γ')  $s_1 = 3s_2$

26. Δύο μαθητές, ο Αχιλλέας (A) και η Βίβυ (B), κινούνται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πως μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς τους, σε συνάρτηση με το χρόνο.





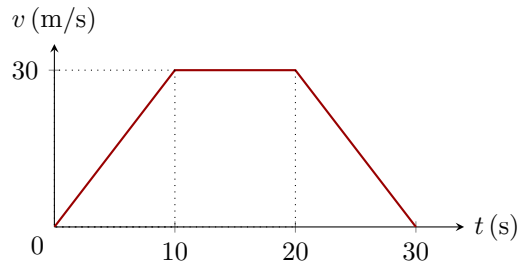
Τα διαστήματα  $S_A$  και  $S_B$ , που έχουν διανύσει ο Αχιλλέας και η Βίβυ αντίστοιχα, στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$ , ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $S_A = S$

(β')  $S_A = \frac{3}{2}S_B$

(γ')  $S_A = 2S_B$

27. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για σώμα που κινείται ευθύγραμμο, σε οριζόντιο δρόμο.



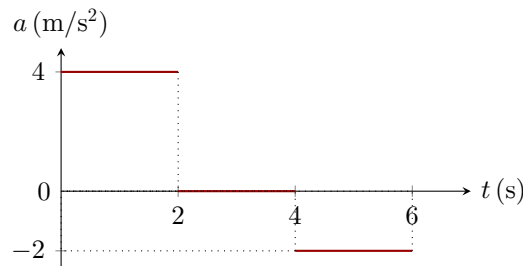
Η μετατόπιση του αυτοκινήτου από 0 έως 6s είναι:

(α') 300m

(β') 600m

(γ') 900m

28. Ένα όχημα ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου του οχήματος.



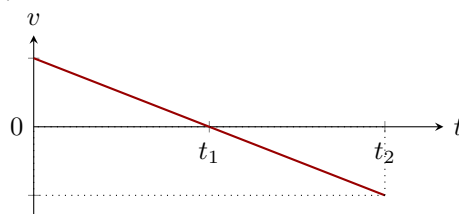
Τη χρονική στιγμή  $t = 6$  s η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι:

(α') 12 m/s

(β') 4 m/s

(γ') -4 m/s

29. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμο και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Για το είδος της κίνησης του κινητού ισχύει:

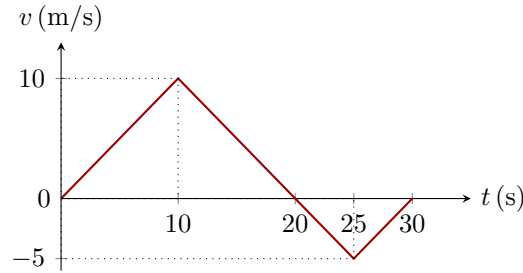
(α') Σε όλο το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_2$  κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

(β') Στο χρονικό διάστημα από  $t_1 \rightarrow t_2$  κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

(γ') Στο χρονικό διάστημα από  $t_1 \rightarrow t_2$  κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

30. Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα  $x'x$  και τη στιγμή  $t = 0$  s βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ . Η

τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Η μπίλια τη χρονική στιγμή  $t = 30$  s βρίσκεται στη θέση

(α') 125 m

(β') 100 m

(γ') 75 m

**31.** Σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a$ .

(α') Για να γίνει η ταχύτητά του διπλάσια της αρχικής ταχύτητας  $v_0$ , απαιτείται χρόνος:

i.  $\frac{v_0}{a}$

ii.  $\frac{v_0}{2a}$

iii.  $\frac{v_0}{4a}$

(β') Το διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να γίνει η ταχύτητά του διπλάσια της αρχικής ταχύτητας  $v_0$ , είναι:

i.  $\frac{v_0^2}{4a}$

ii.  $\frac{v_0^2}{2a}$

iii.  $\frac{v_0^2}{a}$

**32.** Σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a$ .

(α') Για να σταματήσει το σώμα ( $v_0$ ), απαιτείται χρόνος:

i.  $\frac{v_0}{a}$

ii.  $\frac{v_0}{2a}$

iii.  $\frac{v_0}{4a}$

(β') Το διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει είναι:

i.  $\frac{v_0^2}{4a}$

ii.  $\frac{v_0^2}{2a}$

iii.  $\frac{v_0^2}{a}$

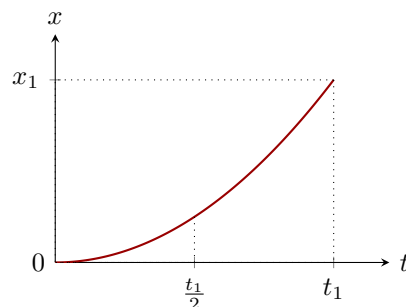
(γ') Η μέση ταχύτητα του σώματος μέχρι να σταματήσει, είναι:

i.  $v_0$

ii.  $\frac{v_0}{2}$

iii.  $\frac{v_0}{4}$

**33.** Σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a$  και η θέση του  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο  $t$  παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα. Η κλίση της καμπύλης τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι μηδέν.



Η κλίση της καμπύλης τη χρονική στιγμή  $t = \frac{t_1}{2}$  είναι:

$$(\alpha') \sqrt{2x_1a}$$

$$(\beta') \sqrt{\frac{x_1a}{3}}$$

$$(\gamma') \sqrt{\frac{x_1a}{2}}$$

## 1.5 Προβλήματα

1. Δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στα σημεία A και B μίας ευθείας. Η απόσταση AB έχει μήκος 300 m. Ξεκινούν να κινούνται με σταθερές ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ . Να βρεθεί πότε και που θα συναντηθούν τα αυτοκίνητα όταν:

  - (α') Ξεκινούν την ίδια στιγμή και κινείται το ένα προς το άλλο.
  - (β') Ξεκινούν την ίδια στιγμή και κινούνται με την ίδια φορά.
  - (γ') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει 1 sec αργότερα από το B και κινείται το ένα ως προς το άλλο.
  - (δ') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει 1 sec νωρίτερα από το B και κινούνται με την ίδια φορά.
2. Δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στα σημεία A και B μίας ευθείας. Η απόσταση AB έχει μήκος 500 m. Ξεκινούν να κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις μέτρων  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$  και  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ . Να βρεθεί πότε και που θα συναντηθούν τα αυτοκίνητα όταν:

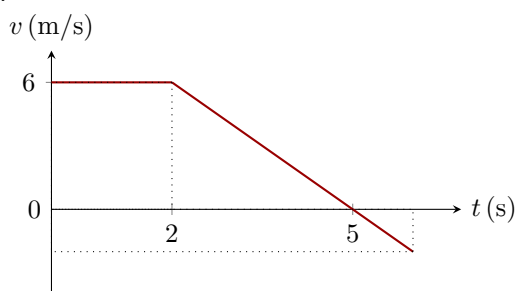
  - (α') Ξεκινούν την ίδια στιγμή και κινείται το ένα προς το άλλο.
  - (β') Ξεκινούν την ίδια στιγμή και κινούνται με την ίδια φορά.
  - (γ') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $v_{0A} = 10 \text{ m/sec}$  την ίδια στιγμή με το B και κινείται το ένα ως προς το άλλο.
  - (δ') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $v_{0A} = 10 \text{ m/sec}$  την ίδια στιγμή με το B που ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $v_{0B} = 5 \text{ m/s}$  και κινούνται το ένα ως προς το άλλο.
  - (ε') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει 1 sec αργότερα από το B και κινείται το ένα ως προς το άλλο.
  - (Γ') Το αυτοκίνητο A ξεκινάει 1 sec νωρίτερα από το B και κινούνται με την ίδια φορά.
3. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$  για χρονικό διάστημα  $t_1 = 10 \text{ s}$ . Μετά κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  και μετά επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει με επιβράδυνση  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ . Ο συνολικός χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου είναι  $t_{ολ} = 20 \text{ s}$ . Βρείτε

  - (α') Τον χρόνο που επιβραδύνεται.
  - (β') Τις μετατοπίσεις σε καθεμία από τις κινήσεις του.
  - (γ') Την μέση ταχύτητα της κίνησής του.
  - (δ') Να γίνει το διάγραμμα  $v = f(t)$
  - (ε') Να γίνει το διάγραμμα  $x = f(t)$
4. Ένας αθλητής μπορεί να αναπτύξει μέγιστη επιτάχυνση  $a = 3 \text{ m/s}^2$  και μέγιστη ταχύτητα  $v = 12 \text{ m/sec}$ . Βρείτε το ρεκόρ του στα 100 μέτρα.
5. Χτυπάμε ένα δίσκο του χόκεϊ πάνω σε μία παγωμένη λίμνη και αυτός σταματάει αφού διανύσει απόσταση 200 m. Η αρχική ταχύτητά του είναι 3 m/sec.

  - (α') Πόση είναι η επιτάχυνση του δίσκου αν αυτή θεωρηθεί σταθερή;
  - (β') Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνησή του;
  - (γ') Τι ταχύτητα έχει αφού διανύσει απόσταση 150 m;
6. Ένα κινητό κινείται προς τα θετικά σε άξονα x'x και έχει μέτρο ταχύτητας 40 m/sec και επιβραδύνεται με μέτρο  $a=0,2 \text{ m/s}^2$ . Την χρονική στιγμή  $t = 0$  θεωρήστε ότι βρίσκεται στην αρχή του άξονα.

  - (α') Σε ποια θέση θα σταματήσει;
  - (β') Σε ποια θέση θα έχει την μισή ταχύτητα;
  - (γ') Πόση ταχύτητα έχει όταν βρίσκεται στο μισό της συνολικής απόστασης που διανύει;
  - (δ') Πόση μετατόπιση έχει το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του;
7. Σώμα ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Στο πρώτο δευτερόλεπτο της κίνησής του μετατοπίζεται κατά 1 m. Σε ποια θέση θα βρίσκεται σε χρόνο 2 min; Πόση μετατόπιση θα έχει το 12ο δευτερόλεπτο και πόση ταχύτητα θα έχει στο τέλος του ίδιου δευτερολέπτου;
8. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τη στιγμή που πήραμε ως  $t = 0$ , το σώμα θεωρούμε ότι περνά από την

αρχή ( $x_0 = 0$ ) ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$ .



- (α') Να περιγραφεί η κίνηση του σώματος μέχρι τη στιγμή  $t' = 6s$
- (β') Να υπολογίσετε τις τιμές της επιτάχυνσης τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 1s$  και  $t_3 = 5s$ .
- (γ') Ποια είναι η θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t_2 = 2s$  και  $t_3 = 5s$ , όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα και χωρίς τη χρήση εξισώσεων κίνησης;
- (δ') Να βρεθούν οι εξισώσεις κίνησης ( $x = x(t)$ ) για την κίνηση του σώματος, από τη στιγμή μηδέν, έως τη στιγμή  $t' = 6s$ .
- (ε') Να βρεθούν ξανά οι θέσεις του σώματος τις στιγμές  $t_2$  και  $t_3$  με χρήση των εξισώσεων κίνησης.

9. Ο χρόνος αντίδρασης ενός οδηγού είναι  $t_a = 0,4 \text{ sec}$ . Το αυτοκίνητο κινείται με αρχική ταχύτητα  $20 \text{ m/sec}$  και ο οδηγός αντιλαμβάνεται ένα εμπόδιο στα  $23 \text{ m}$ . Αν η μέγιστη επιβράδυνση που μπορούν να πετύχουν τα φρένα του αυτοκινήτου είναι μέτρου  $10 \text{ m/s}^2$

- (α') Με ποια ταχύτητα θα συγκρουστεί το αυτοκίνητο στο εμπόδιο;
- (β') Ποια θα έπρεπε να ήταν η μέγιστη επιβράδυνση των φρένων ώστε να μην συγκρουστεί με το εμπόδιο;

10. Ένα σώμα ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου  $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$  για κάποιο χρονικό διάστημα  $t_1$ . Στη συνέχεια επιβραδύνεται με μέτρο επιβράδυνσης  $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$  μέχρι να σταματήσει. Ο ολικός χρόνος κίνησης είναι  $30 \text{ sec}$ .

- (α') Για ποιο χρονικό διάστημα επιταχύνεται και για ποιο επιβραδύνεται;
- (β') Πόση είναι η συνολική μετατόπισή του;
- (γ') Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις  $x = f(t)$ ,  $v = f(t)$  και  $a = f(t)$

11. Σε ένα σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου συναντιούνται δύο κινητά A και B. Το A κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $108 \text{ km/h}$  και το B έχει ταχύτητα μέτρου  $15 \text{ m/sec}$  και επιτάχυνση  $5 \text{ m/s}^2$ . Υπολογίστε:

- (α') Σε ποια θέση και σε ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν ξανά
- (β') Τι ταχύτητα θα έχει τότε το κινητό B;
- (γ') Ποια εξίσωση δίνει την απόστασή τους συναρτήσει του χρόνου;
- (δ') Πότε γίνεται η απόστασή τους μέγιστη και ποια είναι αυτή;
- (ε') Ποιές χρονικές στιγμές απέχουν  $12,5 \text{ m}$ ;

12. Δύο αυτοκίνητα περνάνε από ένα βενζινάδικο δίπλα από ένα ευθύγραμμο μεγάλο δρόμο, με ταχύτητες αντίστοιχα  $5 \text{ m/sec}$  και  $10 \text{ m/sec}$ , και επιταχύνσεις  $2 \text{ m/s}^2$  και  $1 \text{ m/s}^2$ .

- (α') Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησής τους
- (β') Εκφράστε την απόστασή τους ως συνάρτηση του χρόνου.
- (γ') Ποια χρονική στιγμή και πότε θα συναντηθούν;
- (δ') Ποια χρονική στιγμή θα απέχουν  $10 \text{ m}$ ;

13. Ένα αυτοκίνητο που βρίσκεται σε σημείο A μίας ευθείας, ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$ . Σε άλλο σημείο B, που απέχει από το A  $500 \text{ m}$ , κινείται ένα δεύτερο αυτοκίνητο προς το πρώτο, με σταθερή ταχύτητα  $20 \text{ m/s}$ . Τα αυτοκίνητα κινούνται σε παράλληλες λωρίδες ενός δρόμου και δεν συγκρούονται. Να βρεθούν:

- (α') Πότε θα συναντηθούν τα δύο κινητά;
- (β') Ποιες χρονικές στιγμές θα απέχουν  $100 \text{ m}$ ;
- (γ') Να γίνουν σε κοινά διαγράμματα οι γραφικές παραστάσεις  $x = f(t)$  και  $v = f(t)$

14. Λόγω λάθους του ελεγκτή κυκλοφορίας στις σιδηροδρομικές γραμμές, ο μηχανοδηγός ενός τρένου, που κινείται με ταχύτητα  $144 \text{ Km/h}$ , βλέπει σε  $500 \text{ m}$  απόσταση άλλο τρένο, που κινείται ομόρροπα με ταχύτητα  $20 \text{ m/sec}$ . Ο μηχανοδηγός εφαρμόζει τα φρένα και μόλις που καταφέρνει να μην συγκρουστεί με το μπροστινό τρένο.

- (α') Αν δεχθούμε την επιτάχυνση σταθερή πόσο μέτρο έχει αυτή;

(β') Πόσο χρόνο διάρκεσε η αγωνία του μηχανοδηγού;

15. Ένα αυτοκίνητο Α περνάει από ένα βενζινάδικο με ταχύτητα  $v_A = 20 \text{ m/s}$  και κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Την ίδια στιγμή ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β βρίσκεται 100 m πίσω από το πρώτο, κινείται με ταχύτητα  $v_B = 40 \text{ m/s}$  και επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση  $a = 5 \text{ m/s}^2$ . Να βρεθούν:

(α') Η απόσταση των δύο αυτοκινήτων την χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ .

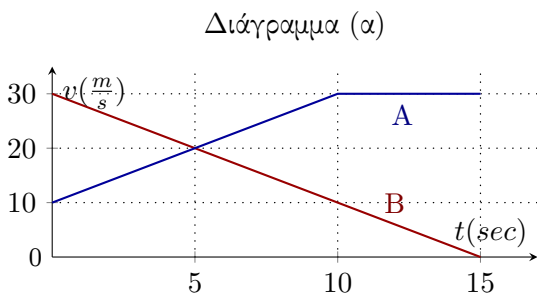
(β') Η ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν τα δύο αυτοκίνητα.

(γ') Η απόστασή τους όταν το δεύτερο αυτοκίνητο σταματήσει.

(δ') Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις  $x = f(t)$  για τα δύο αυτοκίνητα σε ξεχωριστούς άξονες.

(ε') Να παρασταθεί γραφικά η απόστασή  $d$  τους σε συνάρτηση με τον χρόνο,  $d = f(t)$

16. Στο παρακάτω διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου  $v = f(t)$  έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες δύο αυτοκινήτων Α και Β, που την χρονική στιγμή  $t = 0$  συναντούνται στην αρχή του άξονα  $x'x$ . Να βρεθούν:



(α') Το είδος της κίνησης των δύο αυτοκινήτων και οι εξισώσεις κίνησής τους.

(β') Η μέγιστη απόσταση που θα έχουν τα δύο αυτοκίνητα (μέχρι την χρονική στιγμή που θα ξανασυναντηθούν).

(γ') Η απόστασή τους όταν το δεύτερο αυτοκίνητο σταματήσει.

(δ') Η χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο Α περνάει το αυτοκίνητο Β.

(ε') Οι ταχύτητές τους όταν το αυτοκίνητο Α περνάει το αυτοκίνητο Β.

17. Ένας δρομέας τρέχει μία απόσταση μεταξύ δύο χωριών Α και Β με ταχύτητα  $v_1 = 10$

m/s και γυρίζει από το Β στο Α με ταχύτητα  $v_2 = 5 \text{ m/s}$ . Ο συνολικός χρόνος της κίνησής του είναι 10 min.

(α') Βρείτε την απόσταση των δύο χωριών.

(β') Βρείτε τους χρόνους που χρειάστηκε να πάει από το Α στο Β και από το Β στο Α.

(γ') Υπολογίστε τη μέση ταχύτητα του δρομέα.

18. Ένας τηλεκατευθυνόμενο αυτοκίνητάκι ξεκινάει από το σημείο Α με επιτάχυνση  $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$  μέχρι το σημείο Β, όπου αρχίζει να φρενάρει με επιτάχυνση  $a_2 = 4 \text{ m/s}^2$  και τελικά σταματάει στο σημείο Γ. Το συνολικό διάστημα που διανύει είναι 36 m.

(α') Βρείτε τον χρόνο  $t_1$  της κίνησης από το Α στο Β.

(β') Βρείτε τις αποστάσεις Α - Β και Β - Γ.

(γ') Υπολογίστε τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου.

(δ') Να γίνουν τα διαγράμματα  $v = f(t)$  και  $x = g(t)$  για την κίνηση του αυτοκινήτου.

19. Στις θέσεις Α και Β μίας ευθείας ΑΒ βρίσκονται δύο κινητά που αρχικά ηρεμούν. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  το κινητό Α ξεκινάει με επιτάχυνση  $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$  προς το σημείο Β. Τρία δευτερόλεπτα μετά ξεκινάει και το κινητό Β να κινείται προς το Α με επιτάχυνση  $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ . Η απόσταση ΑΒ είναι 54 m.

(α') Υπολογίστε τη χρονική στιγμή  $t_0$  που θα συναντηθούν τα δύο κινητά.

(β') Βρείτε τη θέση του σημείου Γ της συνάντησης.

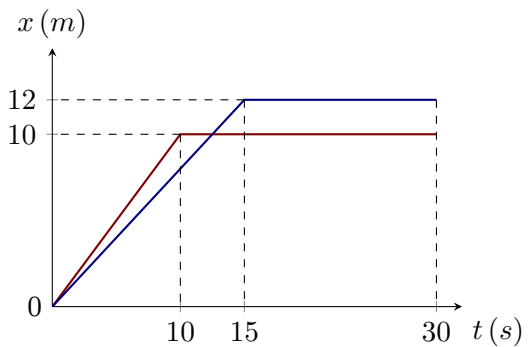
(γ') Υπολογίστε τις ταχύτητες των κινητών όταν συναντούνται.

(δ') Να γίνουν τα διαγράμματα  $v = f(t)$  και  $x = g(t)$  για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων.

20. Η Ιωάννα μιλούσε στο κινητό τηλέφωνο, οδηγώντας το αυτοκίνητό της με ταχύτητα  $v_{01} = 108 \text{ km/h}$ , ενώ  $d = 25 \text{ m}$  μπροστά της προχωρούσε ένα όχημα της αστυνομίας με την ίδια ταχύτητα. Η συνομιλία στο κινητό απέσπασε την προσοχή της Ιωάννας από το προπορευόμενο όχημα για χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 2 \text{ s}$ ,

ενώ στο ξεκίνημα αυτού του χρονικού διαστήματος ο αστυνομικός φρενάρισε δίνοντας στο περιπολικό επιβράδυνση μέτρου  $|a_2| = 5\text{m/s}^2$ .

- (α') Ποια ήταν η απόσταση ανάμεσα στα οχήματα όταν επανήλθε η προσοχή της Ιωάννας στο δρόμο; Υποθέστε ότι χρειάστηκαν και άλλα  $\Delta t_2 = 0,4\text{s}$  μέχρι να συνειδητοποιήσει τον κίνδυνο και να πατήσει το φρένο (χρόνος αντίδρασης).
- (β') Αν η επιβράδυνση του αυτοκινήτου της Ιωάννας ήταν και αυτή μέτρου  $|a_1| = 5\text{m/s}^2$ , με ποια ταχύτητα θα χτυπήσει στο πίσω μέρος του περιπολικού;
- (γ') Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα. Θεωρούμε  $t = 0$ , τη στιγμή που ξεκίνησε το περιπολικό την επιβραδυνόμενη κίνησή του,  $x = 0$  τη θέση του αυτοκινήτου της Ιωάννας εκείνη τη στιγμή και τις κινήσεις ευθύγραμμες.

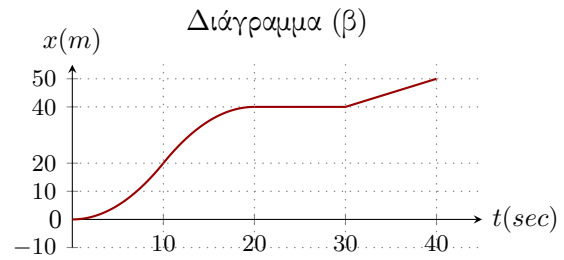
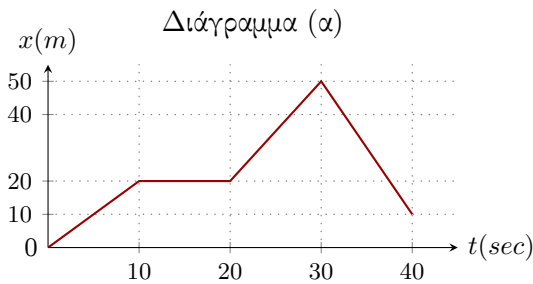


21. Σε ένα σημείο O, ευθύγραμμου δρόμου, ηρεμούν δίπλα-δίπλα δύο αυτοκίνητα A και B. Σε μια στιγμή  $t_0 = 0$ , τα αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα να κινούνται και στο σχήμα δίνεται η ταχύτητά τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

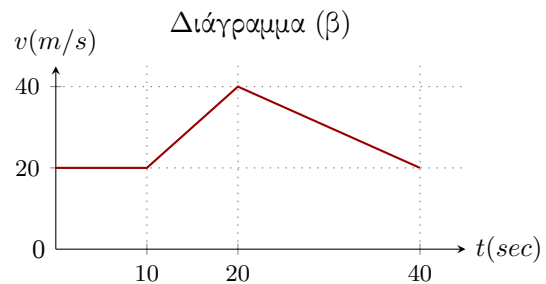
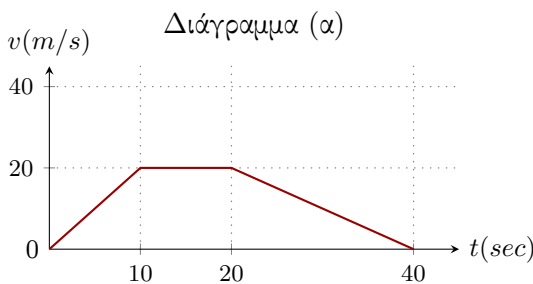
- (α') Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε τις ακόλουθες ερωτήσεις, χωρίς να κάνετε αριθμητικούς υπολογισμούς:
- Ποιο αυτοκίνητο κινήθηκε με μεγαλύτερη επιτάχυνση;
  - Ποιο, κινήθηκε για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, επιταχυνόμενο;
  - Ποιο διένυσε μεγαλύτερη απόσταση στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης;
- (β') Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  με τις οποίες κινήθηκαν αρχικά τα δυο αυτοκίνητα.
- (γ') Ποια χρονική στιγμή  $t_1$  ( $t_1 > t_0$ ) τα δύο οχήματα έχουν την ίδια ταχύτητα; Πόσο απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή;
- (δ') Να βρεθεί η χρονική στιγμή  $t_2$ , όπου τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται ξανά στην ίδια θέση (το ένα δίπλα στο άλλο), καθώς και πόσο απέχουν την στιγμή αυτή από την αρχική θέση O.

### 1.5.1 Ασκήσεις στα διαγράμματα

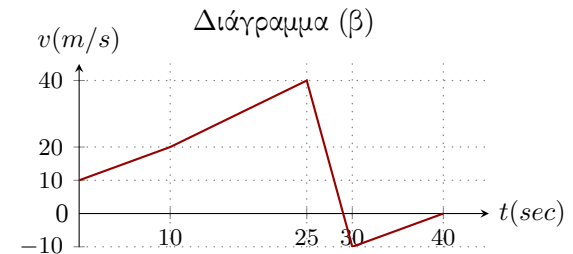
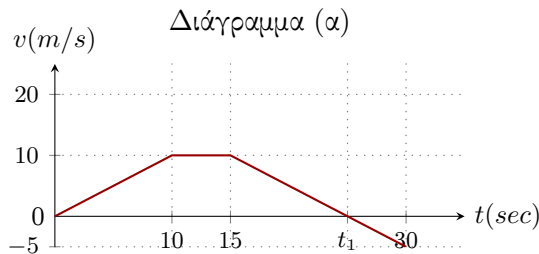
1. Στα παρακάτω διαγράμματα  $x = f(t)$  να βρείτε: (α') το είδος της κίνησης, (β') την συνολική μετατόπιση του σώματος, (γ') το διάστημα που διένυσε, (δ') την ταχύτητα όπου αυτή είναι σταθερή.



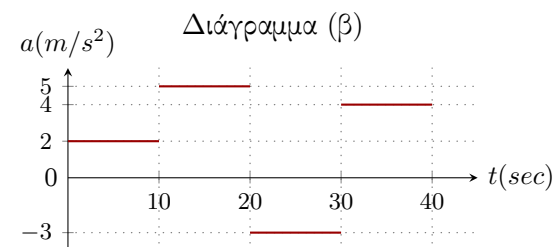
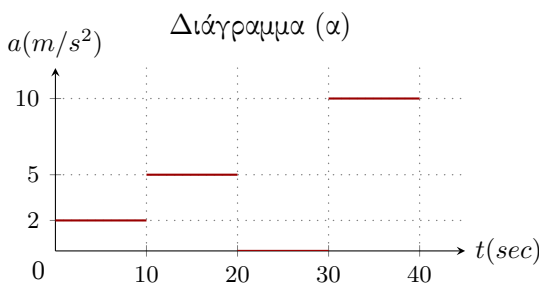
2. Να βρείτε το είδος της κίνησης, την επιτάχυνση, το ολικό διάστημα και τη μέση ταχύτητα στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις  $u = f(t)$



3. Να βρείτε το είδος της κίνησης, την επιτάχυνση και το ολικό διάστημα στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις  $u = f(t)$ . Στο διάγραμμα (α) να βρεθεί επίσης η χρονική στιγμή  $t_1$ .



4. Στα παρακάτω διαγράμματα  $a = f(t)$  να βρείτε: (α') το είδος της κίνησης, (β') την μεταβολή της ταχύτητας (κατά αλγεβρική τιμή), (γ') την τελική ταχύτητα αν το σώμα ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $u_0 = 0 \text{ m/s}$ .





---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

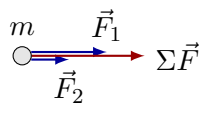
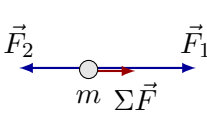
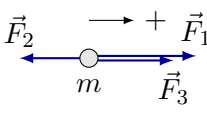
# Δυναμική σε μία διάσταση

*Δυνάμεις*  
*1<sup>ος</sup> Νόμος Νεύτωνα*  
*2<sup>ος</sup> Νόμος Νεύτωνα*  
*Ελεύθερη Πτώση*



## 2.1 Τυπολόγιο Νόμοι Νεύτωνα - Ελεύθερη πτώση

Πίνακας 2.1 - Τυπολόγιο Νόμοι Νεύτωνα - Ελεύθερη πτώση

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
<b>Δυνάμεις</b>		
$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$	Συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$	Μία δύναμη που προκαλεί τα ίδια αποτελέσματα με τις δυνάμεις που αντικαθιστά
 $\Sigma F = F_1 + F_2$	Δυνάμεις ομόρροπες	Το μέτρο της συνισταμένης είναι το άθροισμα των μέτρων των επιμέρους δυνάμεων: $\Sigma F = F_1 + F_2$
 $\Sigma F = F_1 - F_2$	Δυνάμεις αντίρροπες	Το μέτρο της συνισταμένης είναι η διαφορά των μέτρων των επιμέρους δυνάμεων: $\Sigma F =  F_1 - F_2 $ και η φορά είναι αυτή της μεγαλύτερης
 $\Sigma F = F_1 - F_2 + F_3$	Πολλές συγγραμμικές δυνάμεις	Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης είναι το άθροισμα των αλγεβρικών τιμών των επιμέρους δυνάμεων: $\Sigma F = F_1 - F_2 + F_3$
<b>Πρώτος νόμος του Νεύτωνα</b>		
Αδράνεια	Η ιδιότητα των σωμάτων να διατηρούν την κινητική τους κατάσταση και να αντιδρούν σε κάθε μεταβολή της.	Η μάζα είναι το μέτρο της αδράνειας
$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0, \text{ Ακίνησια} \\ \text{ή} \\ \vec{v} = \text{σταθερή, Ε.Ο.Κ.} \end{cases}$	Α' Νόμος Newton	
<b>Β' Νόμος του Νεύτωνα</b>		
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ή $\Sigma F = ma$	Β' Νόμος Newton	Ο Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής
<b>Μάζα</b>		
Συνεχίζεται →		

Πίνακας 2.1 - Τυπολόγιο Νόμοι Νεύτωνα - Ελεύθερη πτώση - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
Βαρυτική Μάζα $m_B$	Θεμελιώδες συστατικό του σύμπαντος	Δημιουργεί τις βαρυτικές δυνάμεις
Αδρανειακή Μάζα $m_A$	Θεμελιώδες συστατικό του σύμπαντος	Είναι το μέτρο της αδράνειας
$m_A = m_B = m$	Αξίωμα της ισοδυναμίας	Η μάζα $m$ είναι το μέτρο της αδράνειας και η πηγή των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων
<b>Ελεύθερη πτώση-Κατακόρυφες βολές</b>		
$g$	Επιτάχυνση της βαρύτητας	Η επιτάχυνση ενός σώματος όταν μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του. Στον πλανήτη Γη $g = 9.80\text{m/s}^2$ ή περίπου $g = 10\text{m/s}^2$
$g \uparrow$ όταν πηγαίνουμε από τον ισημερινό προς τους πόλους και $g \downarrow$ όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο της Γης	Πως αλλάζει η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Γη	Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι διαφορετική σε κάθε πλανήτη ή γενικά ουράνιο σώμα
$B = mg$	Σχέση μάζας $m$ - βάρους $B$	Από τον Β' Νόμο
Ελεύθερη πτώση	Η κίνηση ενός σώματος όταν αφήνεται από κάποιο ύψος και μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του	Καλύτερα: Η κίνηση ενός σώματος όταν μόνη δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του
$\begin{cases} v = gt & (\alpha') \\ y = \frac{1}{2}gt^2 & (\beta') \end{cases} \quad (2.1)$	Εξισώσεις ελεύθερης πτώσης	Ε.Ο.Ε.Κ χωρίς $v_0$
$\begin{cases} v = v_0 - gt & (\alpha') \\ y = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 & (\beta') \end{cases} \quad (2.2)$	Εξισώσεις κατακόρυφης βολής προς τα πάνω	Ε.Ο.Επιβρ.Κ
$\begin{cases} v = v_0 + gt & (\alpha') \\ y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 & (\beta') \end{cases} \quad (2.3)$	Εξισώσεις κατακόρυφης βολής προς τα κάτω	Ε.Ο.Επιταχ.Κ με $v_0$

## 2.2 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

Ένα σώμα αν δέχεται συνισταμένη δύναμη μηδέν τότε  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha' : \\ \beta' : \end{array} \right.$

και αντιστρόφως.

**Αδράνεια** είναι η ιδιότητα της ύλης να διατηρεί σταθερή την \_\_\_\_\_, και να αντιδρά σε κάθε \_\_\_\_\_.

## 2.3 Σύνθεση Δυνάμεων

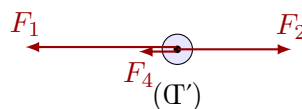
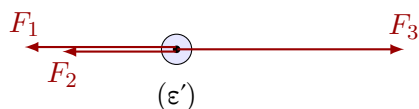
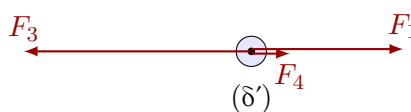
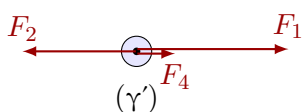
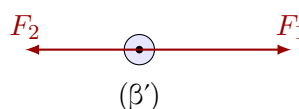
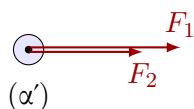
Ονομάζουμε συνισταμένη δύναμη (σύμβολο  $\vec{F}_{ολ}$  ή  $\Sigma\vec{F}$ ) μία δύναμη που μπορεί να προκαλέσει — — αποτελέσματα με δύο ή περισσότερες δυνάμεις.

Οι δυνάμεις που αντικαθιστά η συνισταμένη ονομάζονται: \_\_\_\_\_.

Η πράξη της εύρεσης της συνισταμένης δύναμης δύο ή περισσότερων δυνάμεων ονομάζεται **σύνθεση** ή **διανυσματική πρόσθεση** δυνάμεων.

► Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε τη συνισταμένη δύναμη στα παρακάτω σχήματα.

Δίνονται τα μέτρα των δυνάμεων:  $F_1 = 20\text{ N}$ ,  $F_2 = 15\text{ N}$ ,  $F_3 = 30\text{ N}$ ,  $F_4 = 5\text{ N}$ .



## 2.4 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

Ένα σώμα όταν δέχεται συνισταμένη δύναμη διαφορετική από μηδέν τότε αποκτά \_\_\_\_\_.

Η επιτάχυνση  $a$  που αποκτά ένα σώμα είναι \_\_\_\_\_ της συνισταμένης δύναμης που δέχεται και \_\_\_\_\_ της μάζας του.

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}$$

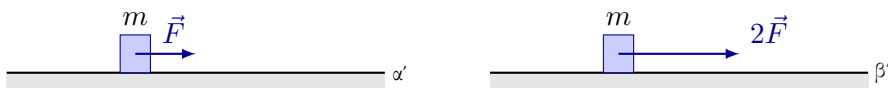
Σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

- Συνισταμένη δύναμη μηδέν  $\rightarrow$
- Συνισταμένη δύναμη σταθερή  $\rightarrow$
- Συνισταμένη δύναμη μεταβλητή  $\rightarrow$

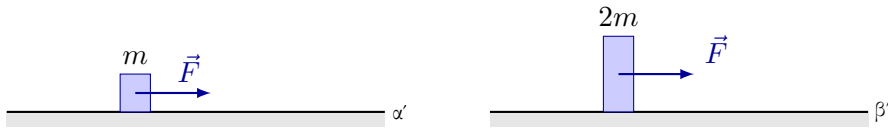
Σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

- Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση  $\rightarrow$  Συνισταμένη δύναμη:
- Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κ.  $\rightarrow$  Συνισταμένη Δύναμη:

- Ακίνητο σώμα  $\rightarrow$  Συνισταμένη Δύναμη:



Αν στο σχήμα  $\alpha'$  η επιτάχυνση του σώματος είναι  $a$  στο σχήμα  $\beta'$  η επιτάχυνση θα είναι:  
Εξηγούμε γιατί:

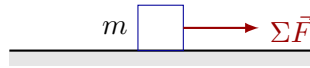


Αν στο σχήμα  $\alpha'$  η επιτάχυνση του σώματος είναι  $a$  στο σχήμα  $\beta'$  η επιτάχυνση θα είναι:  
Εξηγούμε γιατί:

## 2.5 Ασκήσεις

### 2.5.1 1ος - 2ος Νόμος Newton

1. Σώμα μάζας  $m$  βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  για κάποιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Μετά η δύναμη καταργείται.



A. Όσο υπάρχει δύναμη το σώμα:

- (α') επιταχύνεται (β') ηρεμεί (γ') κινείται με σταθερή ταχύτητα

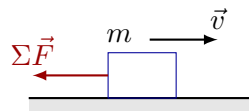
B. Όταν καταργηθεί η δύναμη το σώμα:

- (α') σταματάει (β') επιβραδύνεται (γ') κινείται με σταθερή ταχύτητα

2. Δύο δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  έχουν συνισταμένη 12N όταν έχουν την ίδια κατεύθυνση και 4N όταν έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Τα μέτρα των δυνάμεων είναι:

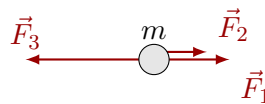
- (α') 6N και 6N (γ') 4N και 8N  
(β') 10N και 2N (δ') 5N και 7N

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  και η ταχύτητα  $\vec{v}$  με την οποία κινείται ένα σώμα Σ. (χαρακτηρίστε Σ ή Λ)



- (α') Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.  
(β') Το σώμα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση προς τα αριστερά.  
(γ') Το σώμα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση προς τα αριστερά.  
(δ') Το σώμα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση προς τα δεξιά.

4. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$  που ασκούνται στο σώμα Σ. Το σώμα παραμένει ακίνητο. Για τις δυνάμεις ισχύει: (χαρακτηρίστε Σ ή Λ)



- (α')  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$   
(β')  $F_1 + F_2 - F_3 = 0$   
(γ') Αν καταργηθεί η  $F_1$  το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά προς τα αριστερά.  
(δ') Αν καταργηθεί η  $F_1$  το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα αριστερά.  
(ε') Αν διπλασιαστούν όλες οι δυνάμεις το σώμα θα συνεχίσει να ισορροπεί.

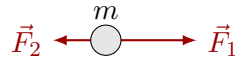
5. Ένα σώμα Σ είναι δεμένο με νήμα και ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v = 6 \text{ m/s}$  όταν του ασκούμε μέσω του νήματος σταθερή δύναμη μέτρου  $F = 10 \text{ N}$ . Το ίδιο σώμα για να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v' = 3 \text{ m/s}$  πρέπει να δέχεται δύναμη  $F'$

- (α') Μεγαλύτερη από την  $F$  προς τα πάνω.

- (β') Μεγαλύτερη από την  $F$  προς τα κάτω.  
 (γ') Μικρότερη από την  $F$  προς τα πάνω.  
 (δ') Ίση με την  $F$  προς τα κάτω.  
 (ε') Ίση με την  $F$  προς τα πάνω.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  που ασκούνται στο σώμα μάζας  $m$ . Τα μέτρα των δυνάμεων είναι  $F_2 = F$  και  $F_1 = 2F$  και το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση μέτρου  $a$ .



A. Αν καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}_1$  τότε το σώμα

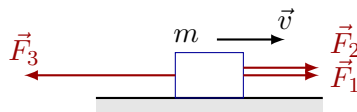
- (α') Το σώμα αρχικά κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a' = \frac{F}{m}$ .  
 (β') Το σώμα αρχικά κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a' = \frac{F}{m}$ .  
 (γ') Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.  
 (δ') Το σώμα θα σταματήσει και θα παραμείνει ακίνητο.

B. Αν καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}_2$  τότε το σώμα

- (α') Το σώμα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a' = \frac{2F}{m}$ .  
 (β') Το σώμα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a' = \frac{F}{m}$ .  
 (γ') Το σώμα θα σταματήσει.

7. Σώμα μάζας  $m$  δέχεται τρεις δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  προς τα δεξιά και  $\vec{F}_3$  προς τα αριστερά και κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  ίδια φοράς με την  $\vec{F}_1$  στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα μέτρα των δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  είναι  $F_1 = F_2 = F$ .

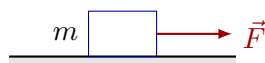
Αν καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}_1$  τότε το σώμα:



- (α') θα σταματήσει αμέσως να κινείται.  
 (β') θα επιβραδυνθεί με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{F}{m}$   
 (γ') θα επιταχυνθεί με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{F}{m}$   
 (δ') θα συνεχίσει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

8. Ένα σώμα μάζας  $m$  επιταχύνεται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με επιτάχυνση  $a$  όταν δέχεται οριζόντια δύναμη  $F$ . Αν αντικαταστήσουμε το σώμα με άλλο διπλάσιας μάζας  $2m$  για να επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση πρέπει το μέτρο της δύναμης  $F$  να γίνει:





(α')  $\frac{F}{2}$

(β')  $F$

(γ')  $2F$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Σώμα που δέχεται μόνο μία δύναμη... (χαρκτηρίστε Σ ή Λ)

(α') μπορεί να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

(β') αναγκαστικά θα κινείται ευθύγραμμα.

(γ') αναγκαστικά θα επιταχύνεται.

(δ') μπορεί να είναι ακίνητο.

10. Μικρό σώμα μάζας  $m = 500 \text{ g}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$  μέτρου  $10 \text{ N}$ . Αν διπλασιαστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα, τότε το σώμα θα αποκτήσει επιτάχυνση που θα έχει μέτρο:

(α')  $20\text{m/s}^2$

(β')  $2\text{m/s}^2$

(γ')  $0,2\text{m/s}^2$

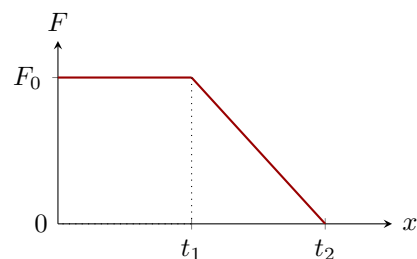
11. Ένα φορτηγό και ένα Ι.Χ. επιβατηγό αυτοκίνητο κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου σε ευθύγραμμα, οριζόντιο δρόμο. Κάποια χρονική στιγμή οι οδηγοί τους εφαρμόζουν τα φρένα προκαλώντας και στα δύο οχήματα συνισταμένη δύναμη ίδιου μέτρου και αντίρροπη της ταχύτητας τους. Το όχημα που θα διανύσει μεγαλύτερο διάστημα από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει είναι:

(α') το φορτηγό.

(β') το Ι.Χ. επιβατηγό.

(γ') κανένα από τα δύο, αφού θα διανύσουν το ίδιο διάστημα.

12. Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εφαρμόζεται μια οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας είναι σταθερό μέχρι τη στιγμή  $t_1$ . Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μειώνεται μέχρι που μηδενίζεται τη χρονική στιγμή  $t_2$ , όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



(α') Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

(β') Μέχρι την στιγμή  $t_1$  το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στην συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση.

(γ') Μετά από τον μηδενισμό της δύναμης το σώμα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

13. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου φρενάρει όταν βλέπει το πορτοκαλί φως σε ένα σηματοδότη του δρόμου, στον οποίο κινείται, με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει. Κατά την διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης

(α') η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

(β') η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

(γ') η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη ταχύτητα του αυτοκινήτου.



(α') Το βάρος του είναι μηδέν. (β') Η μάζα του είναι μηδέν. (γ') Δεν έχει αδράνεια.

18. Το Curiosity βρίσκεται τώρα στον πλανήτη Άρη και κινείται με σταθερή ταχύτητα σε μία επίπεδη πεδιάδα. Ξέρουμε ότι ο πλανήτης Άρης είναι μικρότερος και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά του είναι  $g_A = 3.8 \text{ m/s}^2$ . Εκεί...

(α') Το βάρος του είναι μικρότερο από ότι στη Γη.

(β') Η μάζα του είναι μικρότερη από ότι στη Γη.

(γ') Έχει μικρότερη αδράνεια από όση είχε στη Γη.

(δ') Ισχύει η σχέση  $B_A = mg_A$ .

19. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος  $H$  στην επιφάνεια της Γης χωρίς αντιστάσεις.

A. Ο χρόνος μέχρι να φτάσει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

(α')  $\frac{H}{g}$  (β')  $\sqrt{\frac{2H}{g}}$  (γ')  $\sqrt{2gH}$  (δ')  $\frac{H}{2g}$

B. Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

(α')  $\frac{H}{g}$  (β')  $\sqrt{\frac{2H}{g}}$  (γ')  $\sqrt{2gH}$  (δ')  $\frac{H}{2g}$

Γ. Το ύψος του από την επιφάνεια του εδάφους δίνεται από τη σχέση:

(α')  $h = \frac{1}{2}gt^2$  (β')  $h = H - \frac{1}{2}gt^2$  (γ')  $h = vt$  (δ')  $h = \sqrt{2gH}$

20. Αφληνουμε να κινηθούν δύο σώματα μαζών  $m_1$  και  $m_2 = 2m_1$  από διαφορετικά ύψη  $h_1$  και  $h_2$  και αυτά εκτελούν ελεύθερη πτώση και φτάνουν στο έδαφος με ταχύτητες για τα μέτρα των ισοίων ισχύει  $v_1 = 2v_2$ .

A. Τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $a_1 = 2a_2$  (β')  $a_1 = a_2$  (γ')  $a_1 = \frac{a_2}{2}$

B. Τα ύψη από τα οποία αφέθηκαν ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $h_1 = 4h_2$  (β')  $h_1 = h_2$  (γ')  $h_1 = 2h_2$

21. Δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  με  $m_1 > m_2$  αφήνονται την ίδια στιγμή να πέσουν από το ίδιο ύψος και εκτελούν ελεύθερη πτώση. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σωστές ή λάθος.

(α') Το σώμα  $m_1$  δέχεται μεγαλύτερη δύναμη από το  $m_2$ .

(β') Το σώμα  $m_1$  αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση από το  $m_2$ .

(γ') Τα δύο σώματα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στο ίδιο ύψος.

(δ') Το ελαφρύτερο σώμα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(ε') Το βαρύτερο σώμα έχει κάθε χρονική στιγμή μεγαλύτερη ταχύτητα από το ελαφρύτερο.

22. Ένας άνθρωπος εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω μικρή πέτρα με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις από τον αέρα στην κίνηση της πέτρας. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σωστές ή λάθος.

(α') Η πέτρα κάνει αρχικά ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

(β') Όταν η πέτρα ανεβαίνει προς τα πάνω δέχεται δύναμη προς τα πάνω.

(γ') Η επιτάχυνση της πέτρας σε όλη την κίνησή της είναι  $g$  με φορά προς τα κάτω.

(δ') Η χρονική διάρκεια της ανόδου είναι  $t_{av} = \frac{v_0}{g}$ .

(ε') Το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα από το σημείο που ξεκίνησε είναι  $h_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$ .

(στ') Η πέτρα θα φτάσει στο έδαφος με ταχύτητα μεγαλύτερη από αυτή που ξεκίνησε.

23. Σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $h$  και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα  $v_1$  σε χρόνο  $t_1$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ .

A. Τη χρονική στιγμή  $t_2 = \frac{t_1}{3}$  η ταχύτητα της σφαίρας είναι:

$$(α') 3v_1 \quad (β') \frac{v_1}{9} \quad (γ') \frac{v_1}{3}$$

B. Τη χρονική στιγμή  $t_3 = \frac{t_1}{2}$  το σώμα βρίσκεται σε ύψος πάνω από το έδαφος

$$(α') \frac{h}{2} \quad (β') \frac{h}{4} \quad (γ') \frac{3h}{4}$$

24. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $F_1$  με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{g}{2}$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Όταν ο γερανός κατεβάζει το ίδιο κιβώτιο ασκώντας σε αυτό κατακόρυφη δύναμη  $F_2$  κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{g}{2}$ .

Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

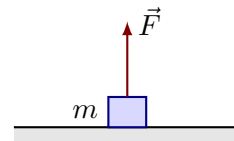
$$(α') F_1 = F_2 \quad (β') F_1 = 3F_2 \quad (γ') F_1 = 2F_2$$

25. Σε δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ίσων μαζών με τιμή  $m = 10$  kg ασκούνται κατακόρυφες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  αντίστοιχα. Οι δυνάμεις έχουν κατεύθυνση αντίθετη από τα βάρη των σωμάτων. Το σώμα  $\Sigma_1$  επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση  $2 \text{ m/s}^2$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  επιβραδύνεται προς τα κάτω με επιβράδυνση  $2 \text{ m/s}^2$ . Για τις τιμές των δυο δυνάμεων ισχύει:

$$(α') F_1 = F_2 \quad (β') F_1 > F_2 \quad (γ') F_1 < F_2$$

26. Σε ένα σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $a = 2g$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος  $B$  του σώματος θα έχει μέτρο:

$$(α') B = F \quad (β') B = \frac{F}{3} \quad (γ') B = 3F$$



27. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $F$  με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο κατεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{g}{2}$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους  $B$  και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

$$(α') F = B \quad (β') F = \frac{B}{2} \quad (γ') F = 2B$$

28. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $F$  με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου  $\frac{g}{3}$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

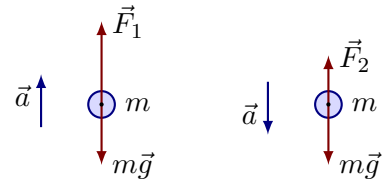
Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους  $B$  και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

$$(α') F = \frac{B}{3} \quad (β') F = \frac{2B}{3} \quad (γ') F = \frac{4B}{3}$$

29. Δύο μικρές μεταλλικές σφαίρες (1) και (2) αφήνονται ελεύθερες να κινηθούν χωρίς αρχική ταχύτητα από διαφορετικά ύψη. Η σφαίρα (1) αφήνεται από ύψος  $h_1$  και για να φτάσει στο έδαφος χρειάζεται διπλάσιο χρόνο από τη σφαίρα (2) που αφήνεται από ύψος  $h_2$ . Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g$ ) είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Ο λόγος των υψών  $\frac{h_1}{h_2}$ , από τα οποία αφέθηκαν να πέσουν οι σφαίρες είναι ίσος με:

$$(α') 2 \quad (β') 4 \quad (γ') \frac{1}{2}$$

30. Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με  $a$  και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση. Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:



(α')  $F_1 + F_2 = 2mg$                       (β')  $F_1 + F_2 = mg$                       (γ')  $F_1 - F_2 = mg$

31. Δύο σφαίρες Α και Β με άνισες μάζες αφήνονται να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος  $\frac{h}{2}$  και  $h$ , αντίστοιχα. Εάν  $t_A$  και  $t_B$  είναι οι χρόνοι που χρειάζονται οι σφαίρες Α και Β αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος, τότε ισχύει η σχέση:

(α')  $t_B = 2t_A$                       (β')  $t_B = t_A$                       (γ')  $t_B = \sqrt{2}t_A$

32. Από ένα σημείο του εδάφους εκτοξεύουμε μικρή μεταλλική σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και φτάνει σε μέγιστο ύψος ίσο με  $h$  πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Για να φτάσει η σφαίρα σε μέγιστο ύψος ίσο με  $2h$ , πρέπει να εκτοξευτεί με ταχύτητα μέτρου:

(α')  $2v_0$                       (β')  $4v_0$                       (γ')  $\sqrt{2}v_0$

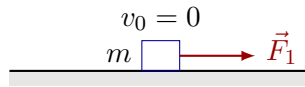
33. Δύο πέτρες Α, και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση  $t_A = 2t_B$ , τότε τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $h_A = 2h_B$                       (β')  $h_A = 4h_B$                       (γ')  $h_A = 8h_B$

## 2.6 Προβλήματα

1. Σώμα<sup>1</sup> μάζας  $m = 2$  βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και αρχικά ηρεμεί. Το σώμα δέχεται δύναμη  $\vec{F}_1$ , μέτρου  $F_1 = 10 \text{ N}$ , για χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 6 \text{ s}$ , μέσα στο οποίο διανύει διάστημα  $s_1 = 54 \text{ m}$ . Μετά η δύναμη  $F_1$  καταργείται. Να υπολογίσετε:



- (α') Την επιτάχυνση του σώματος.  
 (β') Να δικαιολογήσετε ότι πρέπει να υπάρχει και δεύτερη δύναμη, την οποία θεωρούμε σταθερή και συγγραμμική με την  $F_1$ . Να υπολογίσετε τη δεύτερη δύναμη.  
 (γ') Βρείτε το συνολικό χρόνο και το συνολικό διάστημα της κίνησης μέχρι το σώμα να σταματήσει στιγμιαία.
2. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 15 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 10 \text{ Kg}$  και είναι δεμένα με μη-εκτατό νήμα. Και τα δύο σώματα κινούνται χωρίς τριβή στο οριζόντιο δάπεδο, και το σώμα  $m_2$  δέχεται δύναμη  $F = 100 \text{ N}$  προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθούν:



- (α') Η επιτάχυνση των σωμάτων.  
 (β') Η τάση του νήματος.  
 (γ') Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  το νήμα σπάει. Το σώμα  $m_2$  εξακολουθεί να δέχεται τη δύναμη  $F$ .
- Χαρακτηρίστε το είδος των κινήσεων των δύο σωμάτων.
  - Βρείτε την απόστασή των σωμάτων 2 s μετά από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, αν ξέρετε ότι το αρχικό μήκος του νήματος είναι  $\ell = 1 \text{ m}$ .
3. Μικρό σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $H$ . Το σώμα το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του πριν φτάσει στο έδαφος διανύει διάστημα  $s = 25 \text{ m}$ .
- (α') Να βρείτε τον χρόνο πτώσης και το ύψος  $H$ .  
 (β') Σε ποίο ύψος από το έδαφος βρίσκεται στο σώμα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1 \text{ s}$ ;
4. Μικρό σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος  $H$ . Το σώμα τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1 = 20 \text{ m/s}$  ενώ ένα δευτερόλεπτο μετά φτάνει στο έδαφος.
- (α') Να βρείτε τον χρόνο πτώσης και την ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος.  
 (β') Σε ποίο ύψος από το έδαφος βρίσκεται στο σώμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ ;
5. Μικρή σφαίρα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω από το έδαφος με ταχύτητα  $v_0$  και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  σταματάει στιγμιαία. Να βρείτε:
- (α') Την αρχική της ταχύτητα  $v_0$ .  
 (β') Το μέγιστο ύψος  $h_{\text{max}}$ .  
 (γ') Την ταχύτητά της όταν ξαναφτάνει στο έδαφος.
6. Μικρή σφαίρα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω από το έδαφος με ταχύτητα  $v_0$  και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  βρίσκεται σε ύψος  $h_1$  από το έδαφος και κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ . Να βρείτε:

<sup>1</sup>Όπου χρειαστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  θεωρείται γνωστή με τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- (α') Την αρχική της ταχύτητα  $v_0$ .  
 (β') Το ύψος  $h_1$  και το μέγιστο ύψος  $h_{\max}$ .

7. Σε ένα αερόστατο που ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  που το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος  $h$  ένας άνθρωπος αφήνει ελεύθερη μία μικρή μεταλλική σφαίρα. Ο άνθρωπος παρατηρεί ότι η σφαίρα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ .

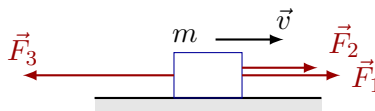
- (α') Να περιγράψετε την κίνηση της σφαίρας όπως τη βλέπει ένα παρατηρητής που βρίσκεται στο έδαφος.  
 (β') Υπολογίστε το μέγιστο ύψος που φτάνει η σφαίρα από το έδαφος.  
 (γ') Βρείτε το ύψος  $h'$  που βρισκόταν το αερόστατο όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος.

8. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$  βρίσκεται στο έδαφος και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  δέχεται μέσω νήματος κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη  $F = 36 \text{ N}$ . Σε ύψος  $h_1 = 20 \text{ m}$  το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται με την ταχύτητα που έχει αποκτήσει τότε. Θεωρούμε ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης δεν υπάρχουν αντιστάσεις από τον αέρα.

- (α') υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος όσο είναι δεμένο στο νήμα.  
 (β') Βρείτε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα φτάσει το σώμα.  
 (γ') υπολογίστε τη χρονική στιγμή και την ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος.

9. Σε σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκούνται οι τρεις οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$ , όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα, με μέτρα  $F_1 = 8 \text{ N}$ ,  $F_2 = 7 \text{ N}$  και  $F_3 = 10 \text{ N}$ . Το σώμα διανύει διάστημα  $s_1 = 10 \text{ m}$  έχοντας αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  όταν παύει να ασκείται η δύναμη  $F_2$ . Το σώμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την στιγμή που σταματάει. Τότε καταργούνται και οι άλλες δύο δυνάμεις.

Να βρείτε:



- (α') Την αρχική επιτάχυνση και τη μάζα του σώματος.  
 (β') Το συνολικό διάστημα που διανύει και τη μέση ταχύτητά του.  
 (γ') Να γίνουν τα διαγράμματα της θέσης και της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης.

10. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σώμα μάζας  $m = 5 \text{ Kg}$ . Ξαφνικά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ , και επιταχύνεται. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  το σώμα μπαίνει σε περιοχή του επιπέδου όπου υπάρχει σταθερή δύναμη τριβής, μέτρου  $T = 10 \text{ N}$ , η οποία ως τριβή έχει κατεύθυνση αντίθετη της κίνησης (άρα και της  $\vec{F}$ ).

- (α') Να βρεθούν οι επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  του σώματος, πριν και μετά την εμφάνιση της δύναμη  $T$ .  
 (β') Να υπολογιστεί η θέση  $x_1$  όπου άρχισε να δρα η τριβή  $T$ , και η ταχύτητα που έχει τότε το σώμα.

Τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$  καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$  και στο σώμα μένει μόνο η τριβή  $T$  που επιβραδύνει το σώμα.

- (γ') Να βρεθεί η ταχύτητα που έχει το σώμα τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$  και ο χρόνος που θα χρειαστεί μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

(δ') Να υπολογιστεί το συνολικό διάστημα  $x_{ολ}$  που θα διανύσει το σώμα από την αρχική του θέση μέχρι να σταματήσει.

11. Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου  $v = 72\text{km/h}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο οδηγός φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση και ακινητοποιείται τη στιγμή  $t_1 = 4\text{ s}$ . Να υπολογίσετε:

(α') την επιβράδυνση του αυτοκινήτου

(β') την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου την στιγμή  $t = 2\text{ s}$

(γ') τη δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο

(δ') Αν  $S$  είναι το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει όταν έχει αρχική ταχύτητα  $v = 72\text{ km/h}$  και  $S'$  το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει αν είχε αρχική ταχύτητα  $v' = 36\text{ km/h}$  να αποδείξετε ότι  $S = 4S'$ . Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο είναι ίδια και στις δυο περιπτώσεις.

12. Ένα σώμα μάζας  $m = 20\text{ kg}$ , ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούνται σ' αυτό τρεις οριζόντιες συγγραμμικές δυνάμεις  $F_1$ ,  $F_2$  και  $F_3$ . Οι δυνάμεις  $F_1$ ,  $F_2$ , έχουν την ίδια κατεύθυνση και μέτρα 35 N και 45 N, αντίστοιχα, ενώ η  $F_3$ , έχει αντίθετη κατεύθυνση από τις άλλες δύο. Το σώμα αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς την κατεύθυνση των  $F_1$ ,  $F_2$ , και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6\text{ s}$  έχει διανύσει διάστημα ίσο με 45 m. Να υπολογίσετε:

(α') το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$ .

(β') το μέτρο της δύναμης  $F_3$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργούμε μία από τις τρεις παραπάνω δυνάμεις. Το σώμα. συνεχίζει την κίνησή του και από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 10\text{ s}$ , έχει διανύσει συνολικά διάστημα ίσο με 137 m.

(γ') Να προσδιορίσετε και να δικαιολογήσετε ποια δύναμη καταργήσαμε.

(δ') Να υπολογίσετε το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_2$

13. Ένα κιβώτιο μάζας  $m = 20\text{ kg}$  ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, στην θέση  $x_0 = 0$  του άξονα  $x'x$ . Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}_1$  μέτρου  $F_1 = 20\text{ N}$ , η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x'x$  και φορά τη θετική φορά του άξονα. Την χρονική στιγμή  $t_1 = 2\text{ s}$ , κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση  $x_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}_1$  και αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο μια σταθερή δύναμη μέτρου  $F_2 = 40\text{ N}$ , ίδιας κατεύθυνσης με την  $\vec{F}_1$ .

(α') Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από  $t_0 = 0$  έως  $t_2 = 4\text{ s}$ .

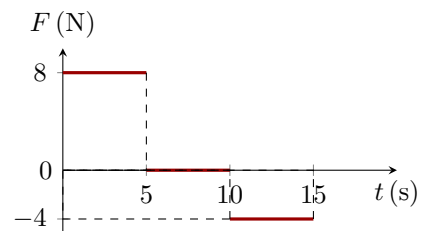
(β') Να προσδιορίσετε την θέση  $x_1$ , όπου καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}_1$  και άρχισε να ασκείται η  $\vec{F}_2$ .

(γ') Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου την χρονική στιγμή  $t_2 = 4\text{ s}$ .

(δ') Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0$  έως  $t_2 = 4\text{ s}$ .



14. Μεταλλικός κύβος μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο έχοντας τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ταχύτητα μέτρου  $4\text{ m/s}$ . Στον κύβο ασκείται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s δύναμη, ίδιας διεύθυνσης με τη ταχύτητα του. Η τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 15$  s φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείτε αμελητέα. Την χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s ο κύβος έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v = 14$  m/s.



- (α') Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 5$  s και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του.
- (β') Να υπολογίσετε τη μάζα του κύβου
- (γ') Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κύβου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 15$  s
- (δ') Να υπολογίσετε το έργο της  $\vec{F}$  στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 15$  s



---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

---

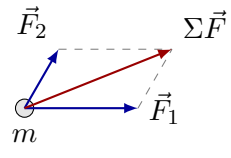
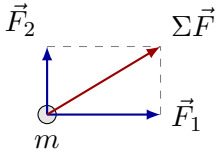
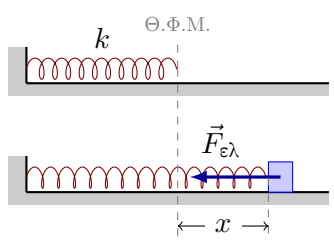
# Δυναμική στο επίπεδο

*Δυνάμεις  
3<sup>ος</sup> Νόμος Νεύτωνα  
Τριβή  
Δυναμική σε κεκλιμένο*



### 3.1 Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο

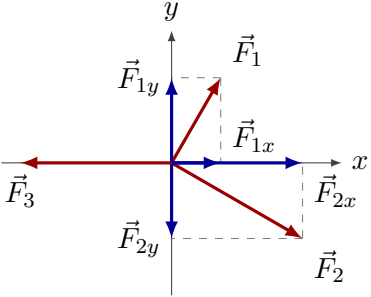
Πίνακας 3.1 - Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
<b>Άθροισμα διανυσμάτων στο επίπεδο</b>		
 $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \varphi}$ $\eta \mu \theta = \frac{F_2 \eta \mu \varphi}{F_1 + F_2 \cos \varphi}$	<p>Άθροισμα διανυσμάτων με τυχαία γωνία <math>\varphi</math></p>	<p>Γραφική λύση</p>
 $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ $\epsilon \varphi \theta = \frac{F_2}{F_1}$	<p>Άθροισμα κάθετων διανυσμάτων (<math>\varphi = 90^\circ</math>)</p>	<p>Γραφική λύση και αλγεβρική λύση (με το Πυθαγόρειο θεώρημα...)</p>
<b>Νόμος Hooke</b>		
$F_{\epsilon \lambda} = -kx$	<p>Νόμος του Hooke</p> <p><math>k</math> η σταθερά ελατηρίου <math>x</math> η παραμόρφωση του ελατηρίου</p>	
<b>Γ' Νόμος Newton</b>		
$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$	<p>Γ' Νόμος</p>	<p>Νόμος Δράσης-Αντίδρασης</p>
<b>Τριβή</b>		
$T = \mu N$	<p>Τριβή ολίσθησης</p>	<p>Όταν το σώμα κινείται πάνω στο άλλο. Η τριβή ολίσθησης έχει πάντα τιμή <math>T = \mu N</math> ανεξάρτητα από την ταχύτητα του σώματος και το εμβαδό επαφής</p>
<p>Συνεχίζεται →</p>		

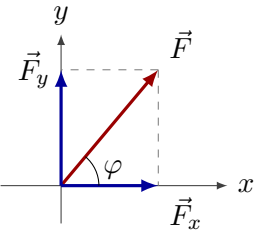
Πίνακας 3.1 - Τυπολόγιο Δυναμικής στο επίπεδο - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$0 \leq T_s \leq T_{o\phi}$	Στατική τριβή	Όταν το σώμα δεν κινείται αλλά έχει τάση να κινηθεί πάνω στο άλλο. Η τιμή της $T_s$ είναι πάντα τόση ώστε να μην κινείται το σώμα
$T_{o\phi} = \mu_s N$	Οριακή (Μέγιστη) Στατική τριβή	
$\mu_s > \mu_o$	Σχέση συντελεστών τριβής	Συνήθως θεωρούμε ότι ισχύει $\mu_s = \mu_o = \mu$

### Ισορροπία στο επίπεδο

	<p>Ισορροπία ομοεπίπεδων δυνάμεων</p>	<p>Ισορροπεί στον <math>x</math> και στον <math>y</math></p> $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} F_{1y} - F_{2y} = 0 \\ F_{1x} + F_{2x} - F_3 = 0 \end{cases}$
--	---------------------------------------	---

### Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

	<p>Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες στους άξονες <math>x</math> και <math>y</math></p>	$F_x = F \cos \varphi$ <p>και</p> $F_y = F \sin \varphi$
---	---	--

### 3.2 Δυναμική στο επίπεδο

#### 3.2.1 3<sup>ος</sup> Νόμος Νεύτωνα

Αν ένα σώμα ασκεί δύναμη σε ένα δεύτερο σώμα τότε και το δεύτερο σώμα ασκεί **αντίθετη δύναμη** στο πρώτο.

Αν η μία δύναμη είναι  $\vec{F}_{12}$  (δράση) τότε η άλλη θα είναι  $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$  (αντίδραση).

Η δύναμη είναι \_\_\_\_\_ μέγεθος. Μονάδα δύναμης (SI): \_\_\_\_\_.

#### 3.2.2 Νόμος του Hooke

Νόμος ελαστικών παραμορφώσεων: Οι παραμόρφωση ενός ελαστικού σώματος είναι \_\_\_\_\_ με την δύναμη που δέχεται.

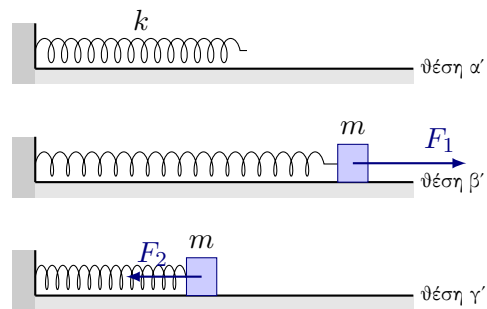
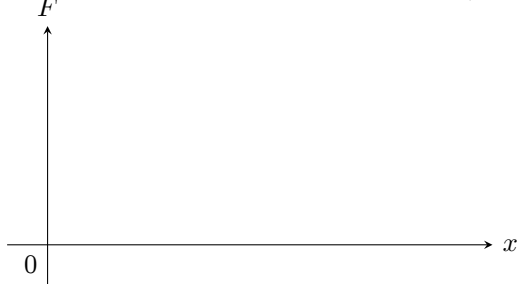
Νόμος του Hooke για τα ελατήρια:  $F =$   

Εξηγούμε τα σύμβολα στον παραπάνω νόμο:

$k$ :

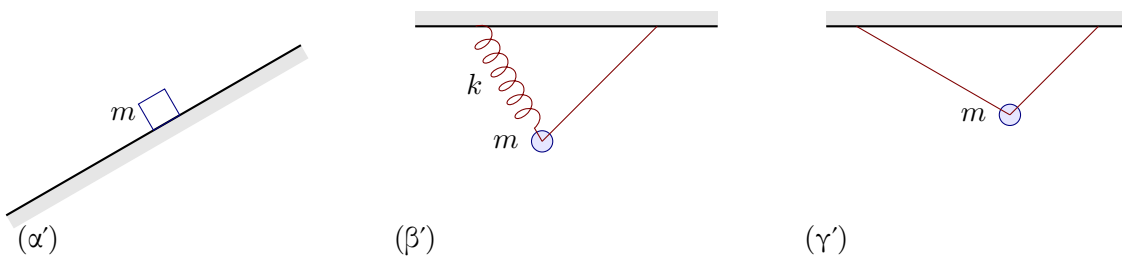
$x$ :

Διάγραμμα δύναμης ελατηρίου - παραμόρφωσης

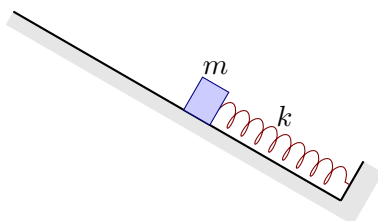


#### 3.2.3 Δυνάμεις

A. Στα παρακάτω σχήματα να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα:

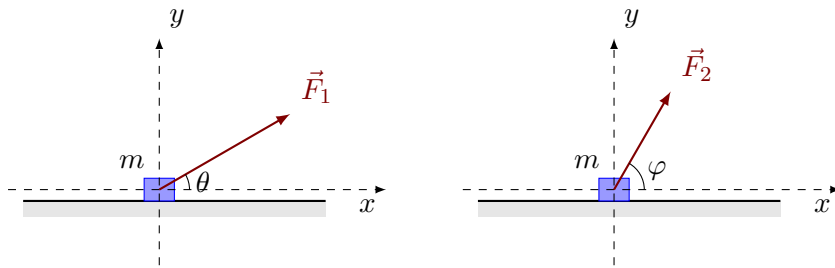


B. Όμοια στο παρακάτω σχήμα:



### 3.2.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

A. Να αναλύσετε τη δύναμη  $\vec{F}$  σε δύο συνιστώσες στους άξονες  $x$  και  $y$  στα παρακάτω σχήματα.



B. Αν  $F_1 = 50\text{ N}$ ,  $F_2 = 40\text{ N}$  και  $\theta = 30^\circ$ ,  $\varphi = 60^\circ$  υπολογίστε τις συνιστώσες:

$$F_{1x} =$$

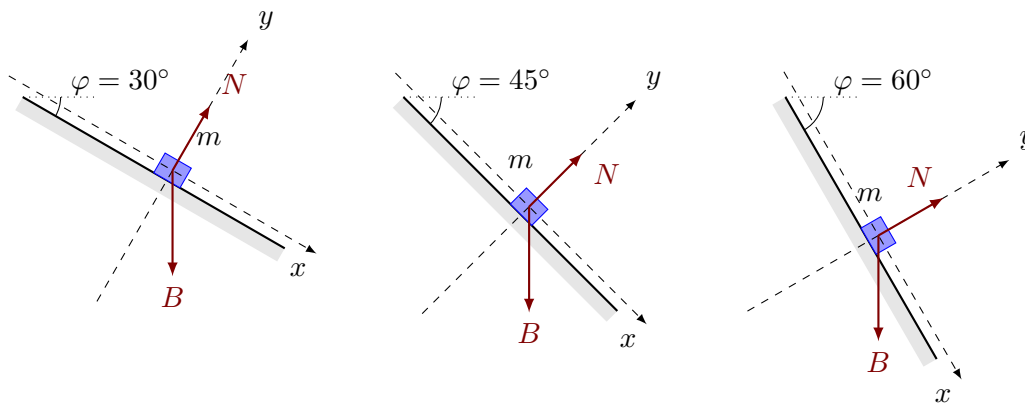
$$F_{1y} =$$

$$F_{2x} =$$

$$F_{2y} =$$

**Δεν ξεχνάμε:** Η συνιστώσα που ακουμπάει-πρόσκειται- στη γωνία παίρνει το συνημίτονο. Αυτή που είναι απέναντι από τη γωνία παίρνει το ημίτονο.

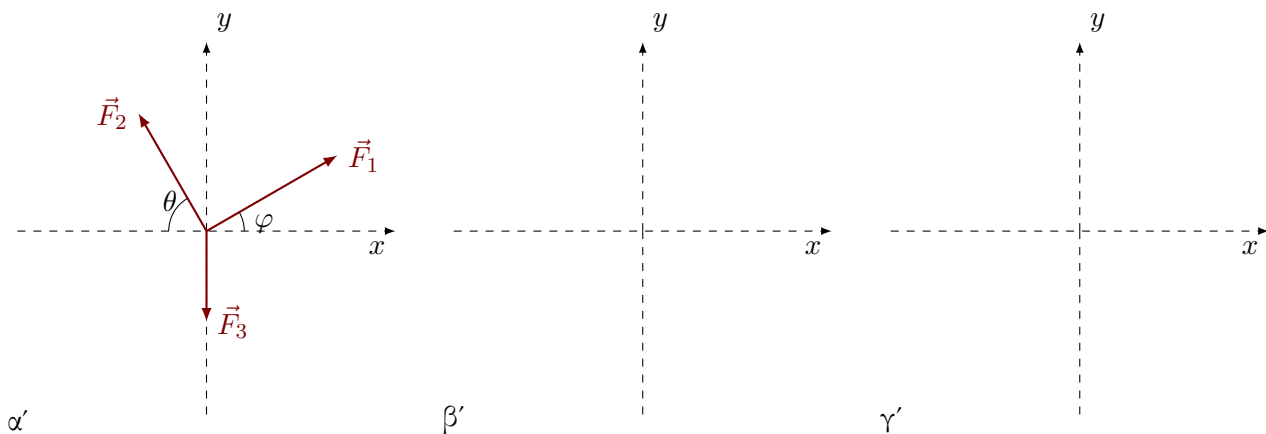
Γ. Να αναλύσετε τη δύναμη του βάρους σε δύο συνιστώσες στους άξονες στα παρακάτω σχήματα. Δίνεται ότι  $B=100\text{ N}$ .





### 3.2.5 Σύνθεση πολλών δυνάμεων

Α. Στο παρακάτω σχήμα α' αναλύστε τις δυνάμεις που δεν είναι πάνω στους άξονες σε συνιστώσες στους άξονες. Στη συνέχεια στο σχήμα β' ζωγραφίστε τις δυνάμεις που προκύπτουν πάνω στους άξονες. Αυτές που αναλύσατε δεν υπάρχουν πια.



Για τους υπολογισμούς δίνονται:  $F_1 = 40 \text{ N}$ ,  $F_2 = 30 \text{ N}$ ,  $F_3 = 20 \text{ N}$  και  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$ . Θεωρήστε  $\sqrt{2} \simeq 1,4$ ,  $\sqrt{3} \simeq 1,7$ .

Υπολογίζουμε τις συνιστώσες:

Στο σχήμα γ' να ζωγραφίσετε μόνο τις συνισταμένες  $\Sigma \vec{F}_x$  και  $\Sigma \vec{F}_y$  που υπολογίσατε, και τη τελική συνισταμένη  $\Sigma \vec{F}$  την οποία θα υπολογίσετε.

Υπολογίζουμε τις συνιστώσες σε κάθε άξονα:

$$\Sigma \vec{F}_x =$$

$$\Sigma \vec{F}_y =$$

Και η τελική συνισταμένη

$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{\Sigma \vec{F}_x^2 + \Sigma \vec{F}_y^2} =$$

και η διεύθυνσή της:  $\epsilon\varphi\theta =$

### 3.2.6 Στατική Τριβή

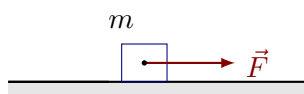
Στατική είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα δεν κινείται. Η στατική τριβή  $T_{\sigma}$  δεν έχει συγκεκριμένο μέτρο, αλλά προσαρμόζεται έτσι ώστε το σώμα να μην κινείται.

Η μέγιστη στατική τριβή ονομάζεται *οριακή τριβή*  $T_{\sigma\phi}$ .

Δηλαδή:  $0 \leq T_{\sigma} \leq T_{\sigma\phi}$

Η οριακή τριβή  $T_{\sigma\phi}$  υπολογίζεται από τη σχέση  $T_{\sigma\phi} = \mu_{\sigma} N$   
 $\mu_{\sigma}$ : ο συντελεστής στατικής τριβής και  $N$  η κάθετη δύναμη στήριξης.

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  αλλά ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο.



Για την τριβή του ισχύει  $T_{\sigma\phi} = 20 \text{ N}$ .

Αν  $F = 5 \text{ N}$  τότε  $T_{\sigma} =$

Αν  $F = 10 \text{ N}$  τότε  $T_{\sigma} =$

Αν  $F = 20 \text{ N}$  τότε  $T_{\sigma} =$

Αν  $F = 21 \text{ N}$  τότε το σώμα θα ...

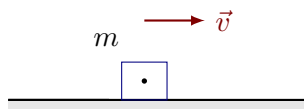
### 3.2.7 Τριβή ολίσθησης

Είναι η τριβή που εμφανίζεται όταν το σώμα κινείται. Η τριβή ολίσθησης  $T$  έχει συγκεκριμένο μέτρο, ανεξάρτητα με την ταχύτητα του σώματος.

Νόμος τριβής ολίσθησης:  $T = \mu N$

$\mu$ : ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και  $N$  η κάθετη δύναμη στήριξης.

Α'. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή που το βλέπουμε έχει ταχύτητα  $\vec{v}$ .



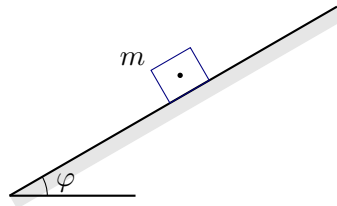
α. Τι είδους τριβή δέχεται; Να τη σχεδιάσετε.

β. Αν  $\mu = 0,2$  και  $N = B = 20 \text{ N}$  η τριβή έχει τιμή  $T =$

γ. Τι είδους κίνηση κάνει;

δ. Αν τοποθετήσουμε πάνω του ένα ίδιο σώμα και στο σύστημα των δύο σωμάτων δώσουμε μία ταχύτητα στο ίδιο επίπεδο, η τριβή  $T$  θα γίνει  $T =$

Β'. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Δίνεται η μάζα  $m = 10 \text{ kg}$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



α'. Σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

β'. Αναλύστε το βάρος  $B$  σε δύο άξονες  $x$  - παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο - και  $y$  κάθετος στον  $x$ .

$$B_x =$$

$$B_y =$$

γ'. Εφαρμόστε τον α' νόμο του Νεύτωνα για τον άξονα  $y$ , στον οποίο το σώμα ισορροπεί και υπολογίστε την δύναμη  $N$ .

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$$

δ'. Υπολογίστε την τριβή  $T$

$$T =$$

ε'. Υπολογίστε την συνιστώσα του Βάρους  $B_x$  για να διαπιστώσετε αν το σώμα θα κινηθεί ή όχι στον άξονα  $x$ .

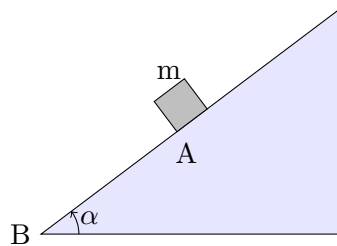
$$B_x =$$

Γ'. Εφαρμόστε τον β' νόμο του Νεύτωνα για τον άξονα  $x$ , στον οποίο το σώμα επιταχύνεται και υπολογίστε την επιτάχυνση  $a$ .

$$\Sigma F_x = ma \Leftrightarrow$$

### 3.3 Λυμένες Ασκήσεις

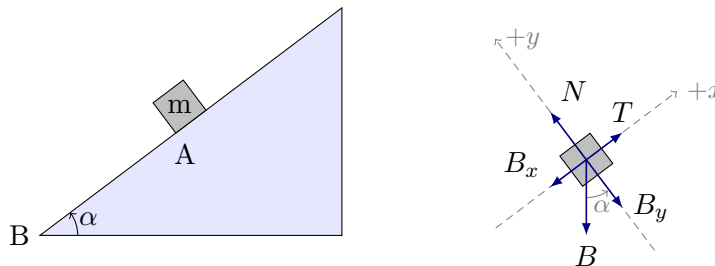
1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα, μάζας  $m = 10\text{ kg}$ , είναι ακίνητο και η γωνία είναι  $\alpha = 37^\circ$ .



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα.  
 (β') Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο ή όχι; Αν υπάρχει τριβή αυτή είναι στατική ή ολίσθησης και γιατί;  
 (γ') Μελετήστε την ισορροπία του σώματος και βρείτε το μέτρο της κάθε δύναμης. Δίνεται  $\eta\mu 37=0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu 37=0,8$ .  
 (δ') Αν το επίπεδο ήταν λείο και τοποθετούσαμε το σώμα αρχικά στη θέση A και σε χρόνο  $t = 4\text{ sec}$  περνάει από τη θέση B ποιά είναι η απόσταση AB;

#### Λύση:

- (α') Το σχήμα δείχνει τις δυνάμεις που πρέπει να ενεργούν στο σώμα. Έχει σχεδιαστεί ένα διάγραμμα απελευθερωμένου σώματος ξεχωριστά για το σώμα μάζας  $m$ .



- (β') Στο σώμα πρέπει να δρα τριβή γιατί αλλιώς θα υπήρχε μόνο η δύναμη  $B_x$  στον  $x$  άξονα που θα επιτάχυνε το σώμα προς τη βάση του κεκλιμένου. Η τριβή αυτή είναι στατική γιατί το σώμα δέν κινείται ως προς το κεκλιμένο.

(γ') Η γωνία  $\alpha$  μεταφέρεται ανάμεσα στο βάρος  $B$  και τον άξονα  $y$  (είναι ίση με την γωνία του κεκλιμένου γιατί έχουν τις πλευρές τους κάθετες, και σύμφωνα με το -γνωστό;- θεώρημα της γεωμετρίας γωνίες με πλευρές κάθετες είναι ίσες ή παραπληρωματικές. Εδώ οι δύο γωνίες είναι οξείες, άρα είναι ίσες). Το βάρος  $B$  αναλύεται στους άξονες και έτσι έχουμε τις συνιστώσες του  $B_x$  και  $B_y$ . Από αυτές **αυτή που ακουμπά στη γωνία  $\alpha$  παίρνει το συνημίτονο** άρα  $B_y = B \sigma\upsilon\nu \alpha$  και η άλλη παίρνει το ημίτονο άρα  $B_x = B \eta\mu \alpha$ . Αυτό μπορεί να βρεθεί και με τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου της γωνίας  $\alpha$ .

Το σώμα ισορροπεί άρα ισχύει  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ . Η σχέση αυτή αναλύεται σε κάθε άξονα οπότε για τις αλγεβρικές τιμές των διανυσμάτων έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 &\Leftrightarrow T - B_x = 0 \Leftrightarrow T = B_x \Leftrightarrow \\ T &= mg \eta\mu 37^\circ \Leftrightarrow T = 100 \cdot 0,6 \Leftrightarrow T = 60\text{ N} \end{aligned}$$

Όμοια για τον  $y$  άξονα:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\Leftrightarrow N - B_y = 0 \Leftrightarrow N = B_y \Leftrightarrow \\ N &= mg \sigma\upsilon\nu 37^\circ \Leftrightarrow N = 100 \cdot 0,8 \Leftrightarrow N = 80\text{ N} \end{aligned}$$

(δ') Αν το επίπεδο είναι λείο τότε από το προηγούμενο σχήμα λείπει η τριβή  $T$ . Στον  $y$  άξονα το σώμα ισορροπεί όπως και πριν, αλλά στον  $x$  άξονα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \Leftrightarrow B_x = ma \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{B_x}{m} \Leftrightarrow a = \frac{60}{10} \Leftrightarrow$$

$$a = 6 \text{ m/s}^2$$

Αφού αφήνεται το σώμα θα ισχύουν οι εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα (στον άξονα  $x$ ):

$$v = at \tag{3.1}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 \tag{3.2}$$

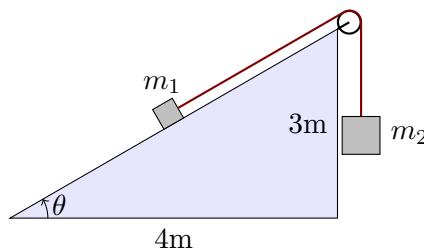
Από τη δεύτερη έχουμε:

$$x = \frac{1}{2}6 \cdot 4^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}6 \cdot 16 \Leftrightarrow$$

$$x = 3 \cdot 16 \Leftrightarrow x = 48 \text{ m}$$

Άρα  $AB = x = 48 \text{ m}$ .

2. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 5 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 15 \text{ Kg}$  και είναι συνδεδεμένα με αβαρές νήμα μέσω τροχαλίας αμελητέας μάζας. Να βρεθεί προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα, η επιτάχυνσή του και η τάση του νήματος.



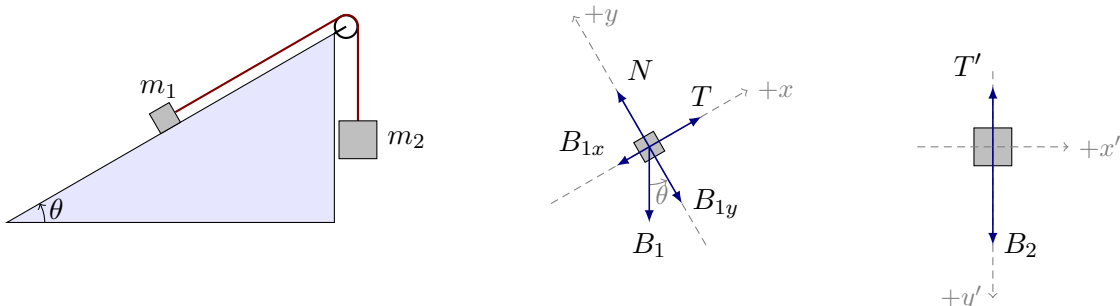
Λύση:

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα διαγράμματα απελευθερωμένου σώματος των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ . Οι τάσεις του νήματος στα δύο άκρα είναι ίσες αφού το νήμα θεωρείται αμελητέας μάζας, και η τροχαλία το ίδιο. Άρα  $T = T'$ . Επίσης οι συνιστώσες  $B_{1x}$  και  $B_{1y}$  βρίσκονται όπως και στην προηγούμενη άσκηση ως:

$$B_{1x} = B_1 \eta\mu \theta$$

$$B_{1y} = B_1 \sigma\upsilon\upsilon \theta$$

Με πυθαγόρειο θεώρημα η υποτεινούσα του τριγώνου βρίσκεται  $s = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$  επομένως  $\eta\mu \theta = \frac{3}{5}$  και  $\sigma\upsilon\upsilon \theta = \frac{4}{5}$ .



Υποθέτουμε ότι το σύστημα θα κινηθεί προς τα δεξιά (το  $m_2$  προς τα κάτω), με κοινή επιτάχυνση και ταχύτητα λόγω του μή-εκτατού νήματος. Εφαρμόζουμε ξεχωριστά για τα δύο σώματα τους κατάλληλους νόμους του Νεύτωνα σε κάθε άξονα:

Σώμα  $m_1$ :

Για τον άξονα  $y$  (ισορροπία)

$$\begin{aligned} N - B_{1y} &= 0 \\ N &= B_{1y} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Για τον άξονα  $x$  (θετική φορά όπως επιταχύνεται το σώμα)

$$T - B_{1x} = m_1 a \quad (3.4)$$

Σώμα  $m_2$ :

Για τον άξονα  $y'$  (θετική φορά όπως επιταχύνεται το σώμα)

$$B_2 - T' = m_2 a \quad (3.5)$$

Για τον άξονα  $x'$  δεν υπάρχει τίποτα ενδιαφέρον!

Τώρα προσθέτουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (3.4) και (3.5), λαμβάνουμε υπόψη μας ότι  $T = T'$  και έχουμε:

$$\begin{aligned} B_2 - B_{1x} &= m_1 a + m_2 a \\ m_2 g - m_1 g \eta \mu \theta &= (m_1 + m_2) a \\ a &= \frac{m_2 g - m_1 g \eta \mu \theta}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Και με αντικατάσταση:

$$a = \frac{150 - 50 \frac{3}{5}}{15 + 5} = \frac{120}{20} = 6 \text{ m/s}^2 \quad (3.7)$$

Αφού η επιτάχυνση μας βγήκε θετική συμπεραίνουμε ότι σωστά υποθέσαμε ότι το σώμα  $m_2$  επιταχύνεται προς τα κάτω.

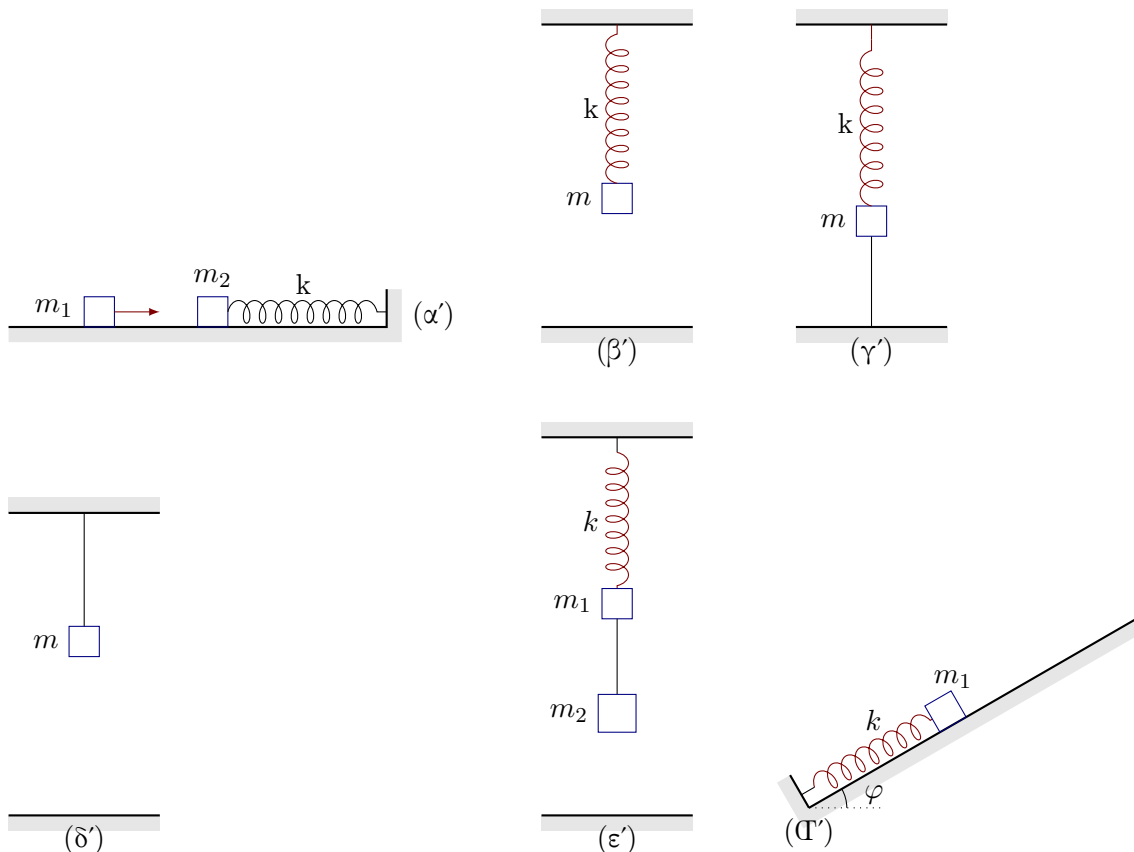
Τέλος η τάση βρίσκεται από μία εκ των (3.4) και (3.5).

$$T - B_{1x} = m_1 a \Leftrightarrow T = 5 \cdot 6 + 5 \cdot 10 \cdot \frac{3}{5} \Leftrightarrow T = 60 \text{ N} \quad (3.8)$$

### 3.4 Νόμοι Νεύτωνα

#### 3.4.1 Ερωτήσεις

- Ένα σώμα  $\Sigma$  βάρους  $10\text{N}$  είναι δεμένο με νήμα και ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v = 5\text{ m/s}$  όταν του ασκούμε σταθερή δύναμη  $F$ . Το ίδιο σώμα για να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
  - (α') Η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι το βάρος του.
  - (β') Το σώμα  $\Sigma$  δέχεται δύναμη από τη Γη μεγαλύτερη από  $10\text{N}$ .
  - (γ') Το  $\Sigma$  δέχεται δύναμη από το τραπέζι με φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με  $10\text{N}$ , μόνο αν το τραπέζι είναι λείο.
  - (δ') Το βάρος του σώματος ασκείται στο τραπέζι.
  - (ε') Η αντίδραση του βάρους ασκείται στο σώμα  $\Sigma$  και έχει φορά προς τα πάνω.
  - (στ') Το σώμα δέχεται από το τραπέζι δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω με μέτρο  $10\text{N}$ .
- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχονται τα σώματα στα παρακάτω σχήματα. Όλα τα σώματα ισορροπούν.



- Σώμα μάζας  $m$  ισορροπεί οριακά σε κεκλιμένο γωνίας  $\varphi$ . Αν στο ίδιο κεκλιμένο τοποθετηθεί άλλο σώμα από το ίδιο υλικό, αλλά μάζας  $2m$ , αυτό:
  - (α') θα γλιστρήσει προς τα κάτω.
  - (β') θα συνεχίσει να ισορροπεί.
  - (γ') δεν μπορούμε να ξέρουμε.

Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας.

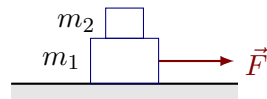




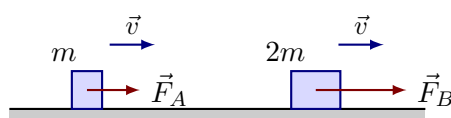
- (γ') Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη).
- (δ') Θα σταματήσει αμέσως την κίνησή του.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

7. Το σύστημα των δύο σωμάτων με ίσες μάζες κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση μιας σταθερής δύναμης  $\vec{F}$ . Αν κάποια στιγμή αφαιρέσουμε τη μάζα  $m_2$ , ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:



- (α') Η τριβή ολίσθησης παραμένει ίδια.
  - (β') Η μάζα  $m_1$  θα επιταχυνθεί.
  - (γ') Ο συντελεστής τριβής μειώνεται.
  - (δ') Το μέτρο της τριβής ολίσθησης θα υποδιπλασιαστεί
8. Για να μπορέσουμε να κινήσουμε ένα άδειο ποτήρι βάρους 3N πάνω σε ένα τραπέζι, απαιτείται να του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη τουλάχιστον  $F = 1 \text{ N}$ .
- (α') Η στατική τριβή μεταξύ ποτηριού και τραπεζιού είναι πάντα 1N.
  - (β') Η στατική τριβή είναι 2N.
  - (γ') Αν ασκήσουμε οριζόντια δύναμη 2N, το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
  - (δ') Αν ρίξουμε νερό στο ποτήρι θα πρέπει να αυξήσουμε την ασκούμενη δύναμη, ώστε να κινήσουμε το ποτήρι.
  - (ε') Αν το ποτήρι που περιέχει νερό είναι έτοιμο να ξεκινήσει, μόλις του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη  $F' = 2,5 \text{ N}$ , πόσα γραμμάρια νερό περιέχει το ποτήρι;  $g = 1, m/s^2$ .
9. Τα δύο κιβώτια του σχήματος έχουν μάζες  $m$  και  $2m$  και κινούνται στο επίπεδο με την ίδια σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  υπό την επίδραση των δυνάμεων  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$ . Ο συντελεστής τριβής  $\mu$  είναι ο ίδιος για τα δύο σώματα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  συνδέονται με την σχέση:



- (α')  $\vec{F}_A = \vec{F}_B$ .
- (β')  $\vec{F}_A = 2\vec{F}_B$ .
- (γ')  $2\vec{F}_A = \vec{F}_B$ .

Να δικαιολογηθούν οι απαντήσεις σας.

10. Ο χονδρός (A) και ο λιγνός (B) έχουν μάζες  $m_A$  και  $m_B$  με σχέση  $m_A = 2m_B$ . Οι δυο τους στέκονται με πατίνια σε λείο οριζόντιο δάπεδο κρατώντας το τεντωμένο σκοινί, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σχήμα 3.1: Ερώτηση 10.

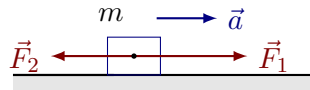
Τραβώντας το σκοινί αρχίζουν να κινούνται με επιταχύνσεις μέτρων  $a_A$  και  $a_B$  που έχουν σχέση:

$$(\alpha') a_A = 2a_B.$$

$$(\beta') a_B = 2a_A.$$

$$(\gamma') a_A = a_B.$$

11. Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο ασκούνται δυο σταθερές οριζόντιες αντίρροπες δυνάμεις  $\vec{F}_1$ , και  $\vec{F}_2$  με αποτέλεσμα το κιβώτιο να κινείται με επιτάχυνση  $\vec{a}$  ομόρροπη της  $\vec{F}_1$ .



Αν καταργηθεί η  $\vec{F}_2$  η επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο έχει διπλάσιο μέτρο χωρίς να αλλάξει φορά.

Τα μέτρα των δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  συνδέονται με τη σχέση:

$$(\alpha') F_1 = 2F_2.$$

$$(\beta') F_2 = 2F_1.$$

$$(\gamma') F_1 = 3F_2.$$

12. Σε κύβο A μάζας  $m$  ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$ , με αποτέλεσμα ο κύβος A να κινείται με επιτάχυνση μέτρου  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . Αν στον κύβο A συγκολλησουμε έναν δεύτερο κύβο B μάζας  $3m$ , προκύπτει σώμα Γ.

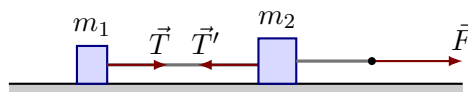
Αν στο σώμα Γ ασκήσουμε συνισταμένη δύναμη μέτρου  $2F$  τότε η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα Γ ισούται με:

$$(\alpha') 4 \text{ m/s}^2.$$

$$(\beta') 8 \text{ m/s}^2.$$

$$(\gamma') 2 \text{ m/s}^2.$$

13. Στην εικόνα βλέπουμε δυο σώματα με ίσες μάζες ( $m_1 = m_2 = m$ ) τα οποία συνδέονται με ένα αβαρές τεντωμένο σχοινί. Στο σώμα  $m_2$  ασκείται μια οριζόντια δύναμη  $F$  σταθερού μέτρου οπότε το σύστημα αρχίζει να κινείται. με σταθερή επιτάχυνση  $a$  προς τα δεξιά.



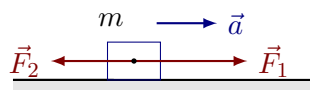
Αν το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε η τάση  $T$  του τεντωμένου σχοινιού συγκρινόμενη με την  $F$  έχει τιμή:

$$(\alpha') T = F.$$

$$(\beta') T = \frac{1}{2}F.$$

$$(\gamma') T = 2F.$$

14. Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $m = 500 \text{ g}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκούνται συγχρόνως οι σταθερές οριζόντιες δυνάμεις με μέτρα  $F_1 = 10 \text{ N}$  και  $F_2 = 6 \text{ N}$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Με την επίδραση των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση. Η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο είναι σταθερή με μέτρο  $T = 2 \text{ N}$ .

Το κιβώτιο κινείται με επιτάχυνση που έχει μέτρο :

$$(\alpha') 8 \text{ m/s}^2$$

$$(\beta') 4 \text{ m/s}^2$$

$$(\gamma') 2 \text{ m/s}^2$$

15. Σε κύβο A μάζας  $m$  ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$ , με αποτέλεσμα ο κύβος A να κινείται με επιτάχυνση μέτρου  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . Αν στον κύβο A συγκολλησουμε έναν δεύτερο κύβο B μάζας  $3m$ , προκύπτει σώμα Γ.

Αν στο σώμα Γ ασκήσουμε συνισταμένη δύναμη μέτρου  $2F$  τότε η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα Γ ισούται με:

(α')  $2 \text{ m/s}^2$

(β')  $4 \text{ m/s}^2$

(γ')  $8 \text{ m/s}^2$

16. Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $F_1$  με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου  $g/2$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Όταν ο γερανός κατεβάζει το ίδιο κιβώτιο ασκώντας σε αυτό κατακόρυφη δύναμη  $F_2$  το κιβώτιο κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου  $g/2$ .

Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

(α')  $F_1 = F_2$

(β')  $F_1 = 3F_2$

(γ')  $F_1 = 2F_2$

17. Εργάτης ασκεί σε σιδερένιο κιβώτιο βάρους  $B$  οριζόντια δύναμη  $F$  μέτρου ίσου με το  $1/5$  του βάρους του κιβωτίου, δηλαδή  $F = B/5$ , οπότε το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και διαδρόμου είναι:

(α') 0,5

(β') 0,4

(γ') 0,2

18. Δυο εργάτες Α και Β σπρώχνουν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο δυο όμοια κιβώτια Α' και Β' ασκώντας σε αυτά οριζόντιες δυνάμεις με μέτρα  $F_A$  και  $F_B$  αντίστοιχα. Το κιβώτιο Α' είναι άδειο ενώ το Β' περιέχει εμπόρευμα με μάζα ίση με τη μάζα του άδειου κιβωτίου. Η επίδραση του αέρα θεωρείτε αμελητέα.

Αν τα κιβώτια κινούνται με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει :

(α')  $F_A = 2F_B$

(β')  $F_A = F_B$

(γ')  $F_B = 2F_A$

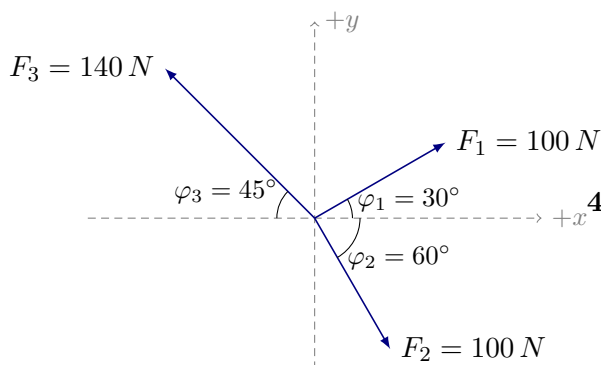
### 3.5 Προβλήματα

Σε κάθε άσκηση το  $g$  θεωρείται γνωστό:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

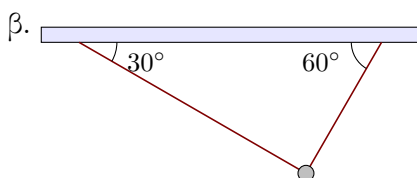
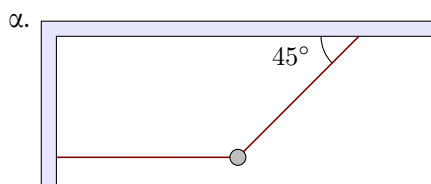
1. Να βρεθεί η συνισταμένη των δυνάμεων στο παρακάτω σχήμα:

Αν  $m = 10 \text{ Kg}$  πόση είναι η επιτάχυνση του σώματος; Σε ποιά διεύθυνση θα κινηθεί το σώμα;

Θεωρήστε:  $\sqrt{2} \simeq 1.4$ ,  $\sqrt{3} \simeq 1.7$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$

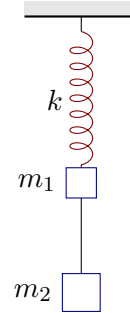


2. Ένα σώμα μάζας  $m=5 \text{ Kg}$  δένεται με νήματα όπως στα παρακάτω σχήματα α και β. Να βρεθούν οι τάσεις των νημάτων.



3. Δύο σώματα  $m_1$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  είναι δεμένα σε ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  το οποίο ισορροπεί. Αν η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι  $x = 0.8 \text{ m}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας

$g = 10 \text{ m/s}^2$ , να βρείτε:

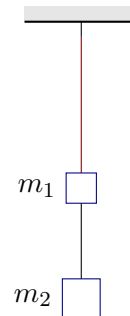


(α') Την δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα  $m_1$ .

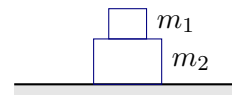
(β') Την τάση του νήματος.

(γ') Την μάζα  $m_1$ .

4. Τα σώματα του σχήματος ισορροπούν δεμένα στα κατακόρυφα νήματα. Αν  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$ , να βρείτε τις τάσεις των νημάτων.



5. Σώμα μάζας  $m_1 = 1 \text{ Kg}$  ισορροπεί πάνω σε σώμα μάζας  $m_2 = 2 \text{ Kg}$  που με τη σειρά του ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο. Να βρεθούν:



(α') Οι δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα.

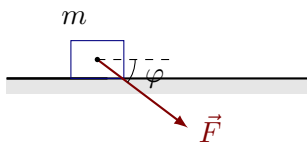
(β') Τα ζεύγη δράσης-αντίδρασης.

(γ') Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται κάθε σώμα.

(δ') Η δύναμη που δέχεται το τραπέζι από το σύστημα των δύο σωμάτων.

6. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$  δέχεται δύναμη  $F = 40 \text{ N}$  με γωνία  $\varphi$ ,

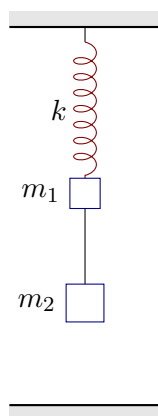
όπου  $\eta\mu\varphi = 0,8$  και  $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,6$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα ισορροπεί.



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.
- (β') Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη στήριξης  $N$ .
- (γ') Να υπολογίσετε την στατική τριβή.
- (δ') Αν δίνεται ότι η τιμή της  $F$  είναι η ανώτερη δυνατή για την οποία το σώμα ισορροπεί να υπολογίσετε τον συντελεστή στατικής τριβής.

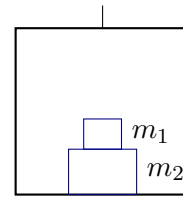
7. Στο διπλανό σχήμα τα σώματα  $m_1 = 2\text{Kg}$  και  $m_2 = 3\text{Kg}$  συνδέονται με μή εκτατό νήμα και ισορροπούν στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{ N/m}$ .

- (α') Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχονται τα σώματα.
- (β') Να βρεθούν ποιές από αυτές είναι ζεύγη δράσης-αντίδρασης.
- (γ') Να βρεθεί η παραμόρφωση του ελατηρίου.
- (δ') Την χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβεται το νήμα. Ποιά είναι τότε η επιτάχυνση του σώματος  $m_1$ ;



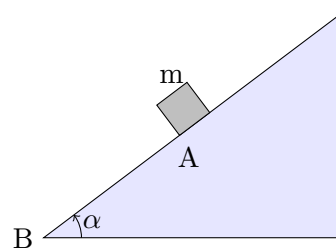
8. Σώμα μάζας  $m_1 = 2\text{ Kg}$  τοποθετείται πάνω σε σώμα μάζας  $m_2 = 3\text{ Kg}$  που με τη σειρά του βρίσκεται στο εσωτερικό ανεγκυστήρα. Ο ανεγκυστήρας ανεβαίνει με επιτάχυνση  $a =$

$2\text{m/s}^2$  και η μάζα του είναι  $M = 45\text{ Kg}$ . Να βρεθούν:



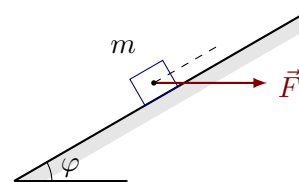
- (α') Οι δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα.
- (β') Τα ζεύγη δράσης-αντίδρασης.
- (γ') Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται κάθε σώμα.
- (δ') Η δύναμη που δέχεται ο ανεγκυστήρας από το σύστημα των δύο σωμάτων.
- (ε') Η δύναμη που δέχεται ο ανεγκυστήρας από το συρματόσχοινο.

9. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα, μάζας  $m = 10\text{ kg}$ , είναι ακίνητο και η γωνία είναι  $\alpha = 37^\circ$ .



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δρούν στο σώμα.
- (β') Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο ή όχι; Αν υπάρχει τριβή αυτή είναι στατική ή ολίσθησης και γιατί;
- (γ') Μελετήστε την ισορροπία του σώματος και βρείτε το μέτρο της κάθε δύναμης. Δίνεται  $\eta\mu 37 = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\eta 37 = 0,8$ .

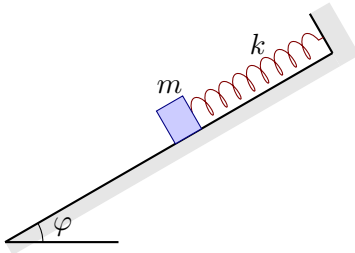
10. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m = 3\text{ kg}$  δέχεται οριζόντια δύναμη  $F = 10\sqrt{3}\text{ N}$  και ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο με γωνία  $\varphi = 30^\circ$ .



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.
- (β') Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη στήριξης  $N$ .

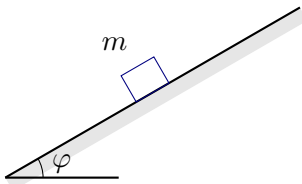
(γ') Να υπολογίσετε τιμή της στατικής τριβής.

11. Σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$  υπάρχει ελατήριο σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$  δεμένο σε σταθερό σημείο στο πάνω μέρος του. Στην κάτω άκρη του ελατηρίου τοποθετούμε σώμα  $m = 10 \text{ kg}$  και το αφήνουμε να ισορροπήσει.



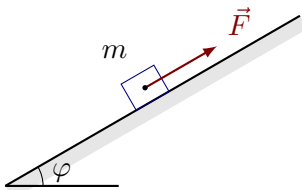
- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.  
 (β') Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.  
 (γ') Να υπολογίσετε την παραμόρφωση του ελατηρίου.

12. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$  αρχικά ισορροπεί οριακά στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .



- (α') Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής σώματος-κεκλιμένου.

Ξαφνικά το σώμα δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο με μέτρο  $F = 120 \text{ N}$ .



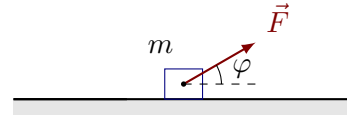
- (β') Να δείξετε ότι το σώμα εξακολουθεί να ισορροπεί.

Η δύναμη  $F$  γίνεται μέτρου  $F = 170 \text{ N}$  παραμένοντας παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο.

- (γ') Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

(δ') Να βρείτε σε πόση απόσταση θα αποκτήσει ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ .

13. Σε οριζόντιο επίπεδο τοποθετείται σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη μέτρου  $F = 20 \text{ N}$  με γωνία  $\varphi = 30^\circ$ . Ο συντελεστής τριβής σώματος-επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



- (α') Να υπολογίσετε την τριβή που δέχεται το σώμα.  
 (β') Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν θα έχει διανύσει  $17 \text{ m}$ .  
 (γ') Πόσο πρέπει να γίνει το μέτρο της δύναμης ώστε το σώμα να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο;

Δίνεται:  $\sqrt{3} \approx 1.7$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

14. Σε σώμα μάζας  $4 \text{ Kg}$  που ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $0,2$  ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $20 \text{ N}$  για  $10 \text{ sec}$ . Μετά η δύναμη καταργείται. Να βρεθούν:

- (α') Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.  
 (β') Το ολικό διάστημα της κίνησης μέχρι να σταματήσει το σώμα.

15. Ένα σώμα μάζας  $m=10 \text{ Kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή  $0,1$ . Το σώμα δέχεται δύναμη  $F=20 \text{ N}$  για  $5$  δευτερόλεπτα. Η δύναμη  $F$  μηδενίζεται για  $2$  δευτερόλεπτα και αντιστρέφεται μέχρι να σταματήσει το σώμα. Να βρεθούν:

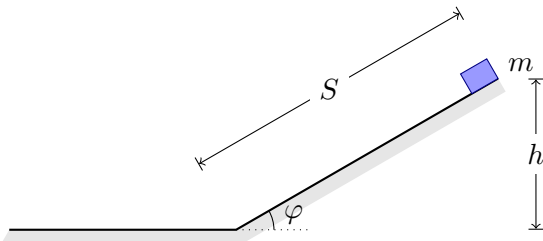
- (α') Οι κινήσεις που εκτελεί το σώμα  
 (β') Οι ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή  $t=10 \text{ sec}$ .  
 (γ') Το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα.

16. Στο διπλανό σχήμα οι μάζες των σωμάτων είναι  $m_1 = 1 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ Kg}$  και το επίπεδο είναι λείο. Το νήμα είναι αβαρές και μή εκτατό. Κρατάμε το σώμα  $m_1$  ακίνητο και κάποια στιγμή το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Να βρεθούν:



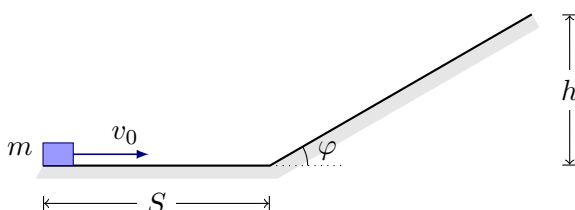
- (α') Η επιτάχυνση των δύο σωμάτων.
- (β') Η τάση του νήματος.
- (γ') Με ποια ταχύτητα θα φτάσει το σώμα  $m_1$  στο άκρο του τραπεζιού αν απέχει από αυτό απόσταση  $d = 1 \text{ m}$ . (Το δεύτερο σώμα δεν έχει προφτάσει να ακουμπήσει στο έδαφος).
- (δ') Να λυθεί το ίδιο πρόβλημα με το έδαφος να παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0.2$  με το σώμα  $m_1$ .

17. Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 4 \text{ Kg}$  αφήνεται να κινηθεί από το ανώτερο σημείο λείου κεκλιμένου επιπέδου μήκους  $S = 0.4 \text{ m}$  και γωνίας  $\phi = 30^\circ$ . Το σώμα φτάνει σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0.5$ .  
Να βρεθούν:



- (α') Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο.
- (β') Η απόσταση που θα διανύσει στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει.

18. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$  ξεκινάει να κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο μήκους  $S = 0.4 \text{ m}$  και συντελεστή τριβής  $\mu=0.5$ . Το σώμα φτάνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi = 30^\circ$  και συνεχίζει την κίνησή του.  
Να βρεθούν:



- (α') Η επιτάχυνσή του (επιβράδυνση).
- (β') Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο κεκλιμένο επίπεδο.
- (γ') Το ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

19. Σώμα μάζας  $10 \text{ Kg}$  κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$  σε οριζόντιο δάπεδο όταν δέχεται οριζόντια δύναμη  $F = 40 \text{ N}$ . Να βρεθούν:

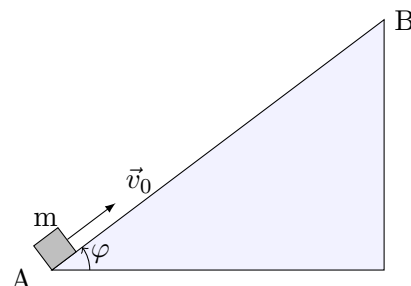
- (α') Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα.
- (β') Ο συντελεστής τριβής σώματος-επιπέδου.
- (γ') Κάποια στιγμή καταργείται η δύναμη  $F$ . Να βρεθεί το ολικό διάστημα της κίνησης μέχρι να σταματήσει το σώμα, από τη θέση που μηδενίστηκε η δύναμη.

20. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 10 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 6 \text{ Kg}$  και είναι δεμένα με μη-εκτατό νήμα. Και τα δύο σώματα παρουσιάζουν τριβή με το δάπεδο με συντελεστή  $\mu=0.2$  και το σώμα  $m_2$  δέχεται δύναμη  $F = 100 \text{ N}$  προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθούν:



- (α') Οι τριβές που δέχονται τα δύο σώματα.
- (β') Η επιτάχυνση των σωμάτων.
- (γ') Η τάση του νήματος.

21. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi$  όπου  $\sin\phi = 0.8$  και  $\eta\mu\phi = 0.6$ , βάλλεται σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  με ταχύτητα  $v_0$ . Ο συντελεστής τριβής -ολίσθησης και στατικής- είναι  $\mu = \frac{3}{4}$ . Το σώμα σταματάει στιγμιαία μετά από χρόνο  $t = 2 \text{ s}$ .



- (α') Υπολογίστε την τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ σώματος και επιπέδου και την επιβράδυνση που αποκτά.
- (β') υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $v_0$ .
- (γ') Υπολογίστε το ύψος  $h$  από τη βάση μέχρι το σημείο που σταματάει στιγμιαία το σώμα.
- (δ') Εξετάστε αν το σώμα θα επιστρέψει στο σημείο A του επιπέδου.

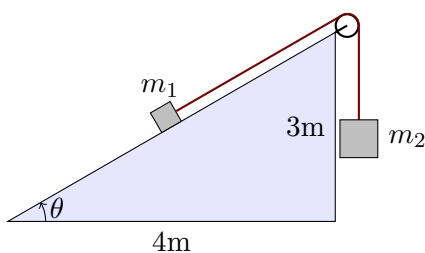
22. Από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , εκτοξεύεται προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 32$  m/s. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι  $\mu = \sqrt{3}/5$

- (α') Να υπολογιστεί το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.
- (β') Θα επιστρέψει το σώμα στη βάση;
- (γ') Αν ναι με τι ταχύτητα;

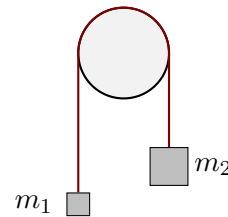
23. Σε σώμα  $m = 5$ kg που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο ασκείται δύναμη μέτρου  $F = 30$ N που σχηματίζει  $\theta = 45^\circ$  προς τα πάνω με το οριζόντιο επίπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι  $\mu = 0,2$  και η  $F$  ασκείται για  $t = 3$ s και μετά καταργείται να βρεθούν:

- (α') Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που καταργείται η δύναμη.
- (β') Ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος μέχρι να σταματήσει.
- (γ') Να γίνουν τα διαγράμματα  $v(t)$  και  $a(t)$ .

24. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 5$  Kg και  $m_2 = 15$  Kg και είναι συνδεδεμένα με αβαρές νήμα μέσω τροχαλίας αμελητέας μάζας, που περιστρέφεται χωρίς τριβές. Να βρεθεί προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα, η επιτάχυνσή του και η τάση του νήματος. Το κεκλιμένο επίπεδο έχει συντελεστή τριβής  $\mu=0.2$

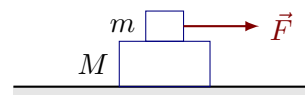


25. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 5$  Kg και  $m_2 = 15$  Kg και είναι συνδεδεμένα με αβαρές νήμα μέσω σταθερής τροχαλίας αμελητέας μάζας, που περιστρέφεται χωρίς τριβές. Να βρεθεί (α) προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα, (β) η επιτάχυνσή του και η τάση του νήματος και (γ) η ταχύτητα του σώματος  $m_1$  όταν θα έχει διανύσει απόσταση 1 m.



26. Σώμα  $m = 2$ kg ξεκινά να ανέρχεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου κλίσης  $\theta$  με  $\eta\mu\theta = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$  με επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F = 100$ N. Αν  $\mu = 0,1$  να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος όταν αυτό έχει διανύσει 10m στο κεκλιμένο.

27. Σώμα A βρίσκεται ακουμπισμένο πάνω σε σώμα B όπως στο σχήμα. Το σώμα A έχει μάζα  $m$  ενώ το σώμα B έχει μάζα  $= 2m$ . Ένα παιδί ασκεί μια οριζόντια δύναμη  $F$  στο σώμα A.



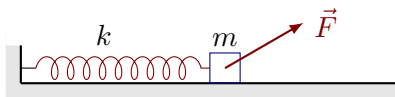
Ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής ( $\mu$ ) μεταξύ των σωμάτων A και B είναι ίδιος με το συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος A και του δαπέδου.

- (α') Ποια είναι η μέγιστη δύναμη  $F_{\max}$  που πρέπει να ασκήσει το παιδί στο σώμα A ώστε αυτό να μην ολισθήσει πάνω στο B.
- (β') Θα κινηθεί το σώμα B στην τιμή της παραπάνω δύναμης ( $F_{\max}$ );
- (γ') Τι θα συμβεί στο σύστημα των δύο σωμάτων αν το παιδί ασκήσει δύναμη  $F' = 2F_{\max}$ ;

Να εκφράσετε τα παραπάνω αποτελέσματα σε σχέση με το  $m, g, \mu$ . Να θεωρήσετε το συντελεστή οριακής στατικής τριβής ίσο με το συντελεστή τριβής ολίσθησης.



28. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  το οποίο ισορροπεί ακίνητο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο καθώς δέχεται σταθερή δύναμη  $F$  μέτρου  $20\text{N}$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  (ημ $\varphi=0,6$  και συν $\varphi=0,8$ ) με την οριζόντια διεύθυνση. Το σώμα είναι δεμένο μέσω ελατηρίου σταθεράς  $k = 100\text{N/m}$  με τον κατακόρυφο τοίχο. Όσο είναι ακίνητο το σώμα, θεωρούμε ότι δεν υπάρχει τριβή ανάμεσα σ' αυτό και το οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$



(α') α) Να σχεδιάσετε τις συνιστώσες της δύναμης  $F$  στους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  και να υπολογίσετε το μέτρο τους.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο, η παραμόρφωση του ελατηρίου, καθώς και το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του δαπέδου.

(β') Κάποια στιγμή που θεωρούμε ως αρχή των χρόνων ( $t_0 = 0$ ) το σώμα αποκολλάται από το ελατήριο, ενώ παραμένει η δύναμη  $F$ . Αν ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu=0,5$  να βρεθούν:

α) η τριβή που αναπτύσσεται ανάμεσα στο σώμα και στην επιφάνεια.

β) η ταχύτητα που αποκτά το σώμα και το διάστημα που έχει διανύσει μέχρι την χρονική στιγμή  $t = 5\text{sec}$ .

(γ') Την  $t = 5\text{sec}$  καταργείται η δύναμη  $F$  ενώ ο συντελεστής της τριβής δεν αλλάζει. α) Ποια η τριβή που αναπτύσσεται ανάμεσα στο σώμα και στο επίπεδο μετά την κατάργηση της δύναμης; β) Πόσο θα μετατοπιστεί συνολικά το σώμα;

29. Ένα σώμα  $2\text{kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας σταθερής δύναμης, μέτρου  $F=10\text{N}$ , με αποτέλεσμα να μετακινηθεί κατά  $1\text{m}$  σε χρονικό διάστημα  $2\text{s}$ .

(α') Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος.

(β') Ποιος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου;

(γ') Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία σε δυο άλλες εκδοχές, που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

Η ασκούμενη δύναμη  $F$  έχει το ίδιο μέτρο ( $F=10\text{N}$ ) και στο πρώτο σχήμα σχηματίζει γωνία  $\vartheta$  με την οριζόντια διεύθυνση προς τα πάνω, ενώ στο δεύτερο προς τα κάτω.

Θα μετακινηθεί στις περιπτώσεις αυτές το σώμα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή για την οριακή στατική τριβή,  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ ημ $\vartheta=0,6$  και συν $\vartheta=0,8$ .

30. Σε ένα κιβώτιο μάζας  $1\text{kg}$  που κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $F$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $10\text{m/s}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0\text{s}$  ένας μαθητής ξεκινά να παρατηρεί την κίνηση του κιβωτίου.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g = 10\text{m/s}^2$  και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

(α') το μέτρο της δύναμης  $F$ ,

(β') το έργο της δύναμης  $F$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή που το χρονόμετρο του μαθητή δείχνει  $t_1 = 5\text{s}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργείται η δύναμη  $F$ .

Να υπολογίσετε:

(γ') το συνολικό διάστημα που διήνυσε το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή που σταμάτησε να κινείται,

(δ') το έργο της τριβής, από την χρονική στιγμή  $t_1$  μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταμάτησε να κινείται.

31. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα  $v_0 = 72\text{Km/h}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0\text{s}$  ο οδηγός φρενάρει, οι τροχοί μπλοκάρουν με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να επιβραδύνεται.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ οδοστρώματος και ελαστικών του αυτοκινήτου είναι  $\mu = 0,8$ , το αυτοκίνητο έχει μάζα  $m = 1000\text{Kg}$ , η επιτάχυνση της βαρύ-

τητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα .

- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο και να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του αυτοκινήτου.
- (β') Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η ταχύτητα του αυτοκινήτου γίνεται  $v_0/5$ .
- (γ') Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή  $t_2$  που σταματά το αυτοκίνητο.
- (δ') Να βρεθεί το ποσό της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου που μετατρέπεται σε θερμική κατά το χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

- 32.** Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη  $F$  μέτρου  $50 \text{ N}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με  $v = 2 \text{ m/s}$  και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά.

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογίσετε:

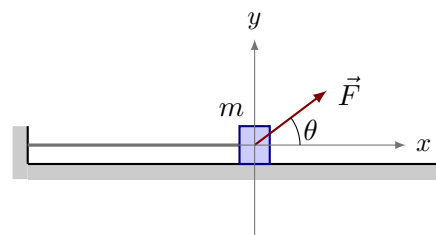
- (α') την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο,

(β') τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου,

(γ') την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης  $F$  ,

(δ') το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι να σταματήσει.

- 33.** Ένα σώμα μάζας  $m = 8 \text{ kg}$  ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου νήματος, ενώ πάνω του ασκείται μια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $F = 50 \text{ N}$ , η οποία σχηματίζει με τον οριζόντια γωνία  $\theta$ , όπως στο σχήμα.



(α') Να αναλύσετε τη δύναμη  $\vec{F}$  σε δύο συνιστώσες μια οριζόντια και μια κατακόρυφη και να υπολογίσετε τα μέτρα των δύο συνιστωσών.

(β') Να υπολογίσετε την τάση του νήματος και τη δύναμη που ασκεί το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο.

Σε μια στιγμή, που θεωρούμε  $t_0 = 0$ , το νήμα κόβεται.

(γ') Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος μετά από χρόνο  $2 \text{ s}$ .

Δίνονται:  $\eta\mu\theta=0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

---

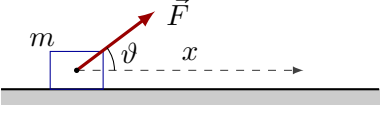
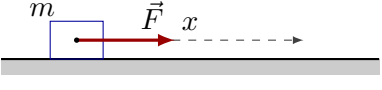
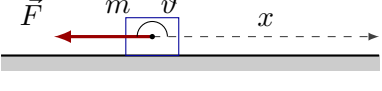
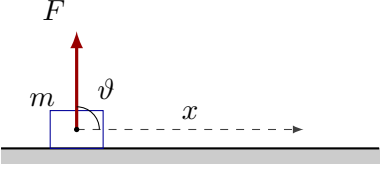
# Έργο - Ενέργεια

*Έργο*  
*Κινητική Ενέργεια*  
*Δυναμική Ενέργεια*  
*Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας*  
*Διατήρηση Μηχανικής Ενέργειας*  
*Ισχύς*



### 4.1 Τυπολόγιο Έργο - Ενέργεια

Πίνακας 4.1 - Τυπολόγιο Έργο - Ενέργεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
<b>Έργο Δύναμης</b>		
 <p style="text-align: center;"><math>W = Fx\cos\theta</math></p>	Έργο σταθερής δύναμης με τυχαία γωνία $\theta$	
 <p style="text-align: center;"><math>W = Fx</math></p>	Έργο σταθερής δύναμης με φορά την φορά της κίνησης ( $\theta = 0$ )	
 <p style="text-align: center;"><math>W = Fx\cos\varphi</math> <math>W = -Fx</math></p>	Έργο σταθερής δύναμης με φορά αντίθετη από την φορά της κίνησης ( $\theta = 180^\circ$ )	Μία τέτοια δύναμη είναι η τριβή, άρα το έργο της τριβής ολίσθησης είναι $W_T = -Tx$
 <p style="text-align: center;"><math>W = Fx\cos 90^\circ</math> <math>W = 0</math></p>	Έργο σταθερής δύναμης κάθετης στην κατεύθυνση της κίνησης ( $\theta = 90^\circ$ )	Μία κάθετη δύναμη στην κίνηση δεν παράγει έργο
<b>Κινητική Ενέργεια</b>		
$K = \frac{1}{2}mv^2$	Κινητική ενέργεια	Είναι η ενέργεια που έχει ένα σώμα μάζας $m$ όταν κινείται με ταχύτητα $v$
<b>Δυναμική ενέργεια</b>		
<i>Συνεχίζεται →</i>		

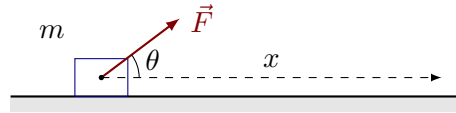
Πίνακας 4.1 - Τυπολόγιο Έργο - Ενέργεια - συνέχεια

Τύπος	Μας δίνει	Παρατηρήσεις
$\Delta U = -W_F$	Ορισμός δυναμικής ενέργειας που παράγει η (συντηρητική) δύναμη $F$	$U_{αρχ} - U_{τελ} = W_F$
$U = mgh$	Δυναμική βαρυτική ενέργεια σώματος μάζας $m$ σε ύψος $h$	Δυναμική ενέργεια που οφείλεται στην βαρύτητα. Θεωρούμε επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν στο έδαφος
<b>Διατήρηση μηχανικής ενέργειας</b>		
$E = K + U$	Μηχανική ενέργεια	
$E = \text{σταθερή}$ $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$	Α.Δ.Μ.Ε.	Ισχύει όταν δεν υπάρχουν μη-συντηρητικές δυνάμεις στο σώμα, όπως π.χ. τριβή
<b>Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας</b>		
$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$ $K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W$	Θ.Μ.Κ.Ε.	Ισχύει σε κάθε περίπτωση
<b>Ισχύς</b>		
$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ ή $P = \frac{W}{t}$	Ορισμός Ισχύος	Η ισχύς είναι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας. Μονάδα Watt W
$P_F = Fv$	Ισχύς δύναμης	Υποθέτουμε ότι η δύναμη έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.
$P_T = -Tv$	Ισχύς τριβής	Η τριβή έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα άρα αφαιρεί ενέργεια από το σύστημα και η ισχύς της είναι αρνητική
<b>Μεταβολή Μηχανικής Ενέργειας</b>		
$\Delta E = W_{τριβών}$	Απώλεια μηχανικής ενέργειας	Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας ισούται με το έργο των μη-συντηρητικών δυνάμεων, όπως η τριβή

## 4.2 Έργο

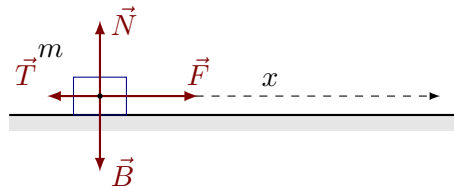
### 4.2.1 Έργο σταθερής δύναμης

Το έργο  $W$  μίας σταθερής δύναμης  $\vec{F}$  που μετατοπίζει σώμα κατά  $x$  είναι  $W = F \cdot x \cdot \cos\theta$

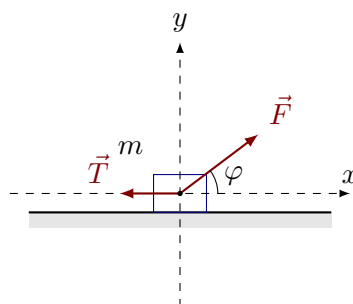


- ▷ Δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση  $x$  δέν παράγουν έργο αφού  $\cos 90^\circ = 0$ .
- ▷ Δυνάμεις με γωνία  $\theta > 90^\circ$  ως προς τη μετατόπιση  $x$  παράγουν αρνητικό έργο αφού τότε  $\cos\theta < 0$ .
- ▷ Το έργο της τριβής  $T$  είναι  $W_T = -T \cdot x$  αφού  $\cos 180^\circ = -1$ .

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά  $x = 10 \text{ m}$  και τα μέτρα των δυνάμεων είναι:  $T = 6 \text{ N}$  και  $F = 15 \text{ N}$ .



- (α') Το έργο της δύναμης  $F$  είναι ....
  - (β') Το έργο της τριβής  $T$  είναι ....
  - (γ') Το έργο του βάρους  $B$  είναι ....
  - (δ') Το έργο της κάθετης δύναμης στήριξης  $N$  είναι ....
  - (ε') Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....
  - (στ') Η ενέργεια του σώματος σε αυτή τη μετατόπιση αυξάνεται ή μειώνεται;
2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται προς τα δεξιά κατά  $x = 2 \text{ m}$ , τα μέτρα των δυνάμεων είναι:  $T = 5 \text{ N}$  και  $F = 20 \text{ N}$  και η γωνία είναι  $\varphi = 60^\circ$ .



- (α') Το έργο της δύναμης  $F$  είναι ....
- (β') Το έργο της τριβής  $T$  είναι ....
- (γ') Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....
- (δ') Η ενέργεια του σώματος σε αυτή τη μετατόπιση αυξάνεται κατά .....

### 4.2.2 Ασκήσεις

1. Σώμα μάζας  $m$  βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  για κάποιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , στο οποίο διένυσε απόσταση  $\Delta x$ .



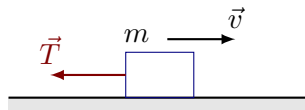
Το έργο της δύναμης είναι:

(α')  $W = \Sigma F \cdot \Delta t$

(β')  $W = \Sigma F \cdot \Delta x$

(γ')  $W = -\Sigma F \cdot \Delta x$

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα επιβραδύνεται και διανύει συνολικά  $\Delta x = 5 \text{ m}$  ενώ η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η τριβή μέτρου  $T = 6 \text{ N}$ . Το έργο της τριβής είναι



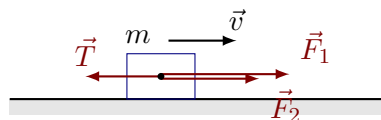
(α') 30 J

(β') 11 J

(γ') -30 J

(δ') 60 J

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{T}$ , μέτρων 20 N, 15 N και 10 N, που ασκούνται στο σώμα. Το σώμα κινείται όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τα έργα των δυνάμεων σε μετατόπιση 4m ισχύει: (χαρακτηρίστε Σ ή Λ)



(α')  $W_{F_1} = 40 \text{ J}$

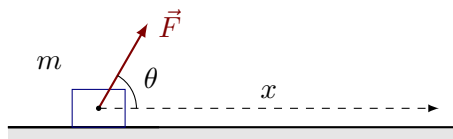
(β')  $W_{F_2} = 60 \text{ J}$

(γ')  $W_T = 40 \text{ J}$

(δ') Η  $F_1$  και η  $F_2$  παράγουν έργο ενώ η  $T$  καταναλώνει έργο στο σώμα.

(ε') Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν ξέρουμε αν η ταχύτητα μεγαλώνει, μικραίνει ή μένει σταθερή.

4. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά  $x = 2 \text{ m}$  και η δύναμη  $F$  έχει μέτρο 20N και σχηματίζει γωνία  $\theta = 60^\circ$ . Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:

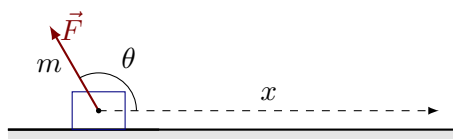


(α')  $W_F = 40 \text{ J}$

(β')  $W_F = 20 \text{ J}$

(γ')  $W_T = 20\sqrt{3} \text{ J}$

5. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά  $x = 2 \text{ m}$  και η δύναμη  $F$  έχει μέτρο 20N και σχηματίζει γωνία  $\theta = 120^\circ$ . Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:



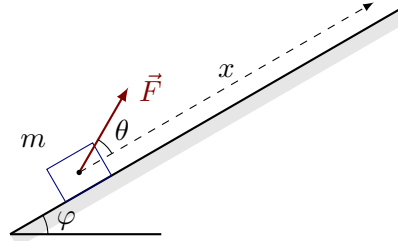


(α')  $W_F = 20 \text{ J}$

(β')  $W_F = -20\sqrt{3} \text{ J}$

(γ')  $W_T = -20 \text{ J}$

6. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά  $x = 4 \text{ m}$  και η δύναμη  $F$  έχει μέτρο  $100 \text{ N}$  και σχηματίζει γωνία  $\theta = 30^\circ$  ως προς το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ . Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:

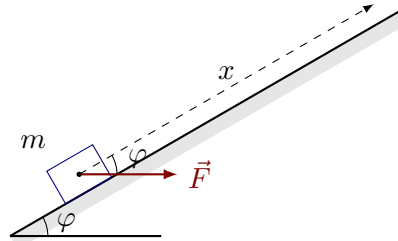


(α')  $W_F = 200 \text{ J}$

(β')  $W_F = 200\sqrt{3} \text{ J}$

(γ')  $W_T = 400 \text{ J}$

7. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά  $x = 4 \text{ m}$  και η οριζόντια δύναμη  $F$  έχει μέτρο  $100 \text{ N}$ , ενώ το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$ . Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:

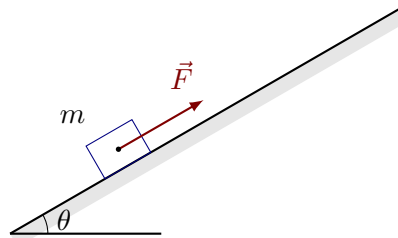


(α')  $W_F = 200 \text{ J}$

(β')  $W_F = 200\sqrt{3} \text{ J}$

(γ')  $W_T = 400 \text{ J}$

8. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  τοποθετείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\eta\theta = 0,8$ , ενώ ασκούμε πάνω του μέσω νήματος δύναμη  $F$ , παράλληλη με το επίπεδο, όπως στο σχήμα.



Το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο τριβή, όπου  $\mu_s = \mu = 0,5$ , ενώ  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης  $F$  και της τριβής, από τη στιγμή  $t_0$ , έως τη στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$ , όταν το μέτρο της δύναμης είναι:

(α')  $F = F_1 = 2 \text{ N}$

(β')  $F = F_2 = 9 \text{ N}$

(γ')  $F = F_3 = 18 \text{ N}$

(δ')  $F = F_4 = 24 \text{ N}$

### 4.3 Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας

Αν στο σώμα δρουν μόνο συντηρητικές δυνάμεις τότε η Μηχανική Ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή.

Δηλαδή

$$\text{Αν } \Sigma F_{\text{μη-συντ}} = 0 \text{ τότε } E_{\text{Μηχ}} = \text{σταθερή}$$

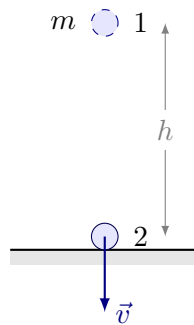
Η Μηχανική Ενέργεια συμβολίζεται  $E$  και είναι το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας:  
 $E = K + U$

Η μόνη δυναμική ενέργεια που θα μάθουμε στην Α' Λυκείου είναι η δυναμική ενέργεια βαρύτητας, που έχει ένα σώμα σε ύψος  $h$ :  $U = mgh$

Η ΑΔΜΕ εφαρμόζεται πρακτικά όταν δέν υπάρχουν μή-συντηρητικές δυνάμεις, όπως τριβή, άγνωστες δυνάμεις, δυνάμεις που ασκεί κάποιος άνθρωπος, κτλ... Τότε, μεταξύ των θέσεων 1 και 2

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  και κάνει ελεύθερη πτώση. Δίνεται  $g = 10 \text{ m/5}^2$ .



(α') Στη θέση 1 η μηχανική ενέργεια είναι .....

(β') Στη θέση 2 η μηχανική ενέργεια είναι .....

(γ') Η μηχανική διατηρείται άρα εξισώνουμε τις μηχανικές στη θέση 1 και θέση 2 .....

.....  
 .....

(δ') Η ταχύτητα  $v$  όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι ....

(ε') Λύστε το ίδιο πρόβλημα χωρίς νούμερα και καταλήξτε στον τύπο  $v = \sqrt{2gh}$  για την ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

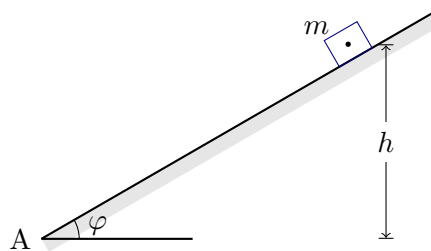
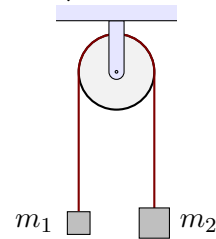
2. Σώμα βάζεται από το έδαφος προς τα πάνω με ταχύτητα  $v_0 = 40 \text{ m/5}$ .

(α') Βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει.

(β') Βρείτε τον τύπο που μας δίνει το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα σε σχέση με την ταχύτητα  $v_0$ .

### 4.3.1 Ασκήσεις-προβλήματα

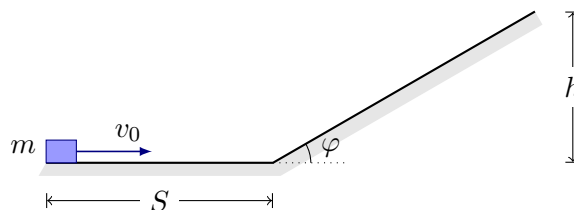
1. Σώμα βάλλεται από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  τυχαίας γωνίας ως προς τον ορίζοντα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας  $v$  με την οποία θα φτάσει στο έδαφος.
2. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 5 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 15 \text{ Kg}$  και είναι συνδεδεμένα με αβαρές νήμα μέσω σταθερής τροχαλίας αμελητέας μάζας, που περιστρέφεται χωρίς τριβές. Να βρεθούν: (α) προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα, (β) οι ταχύτητες των δύο σωμάτων όταν θα απέχουν κατακόρυφη απόσταση  $h = 2 \text{ m}$ .
3. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα  $m = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από ύψος  $h = 5 \text{ m}$  σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- (α') Να βρείτε τη μηχανική ενέργεια του σώματος στην αρχική του θέση.  
 (β') Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν φτάνει στη θέση A στη βάση του κεκλιμένου.

Δίνονται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

4. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$  ξεκινάει να κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο μήκους  $S = 0.4 \text{ m}$  και συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$ . Το σώμα φτάνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi = 30^\circ$  και συνεχίζει την κίνησή του. Να βρεθούν:



- (α') Η επιτάχυνσή του (επιβράδυνση).  
 (β') Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο κεκλιμένο επίπεδο.  
 (γ') Το ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

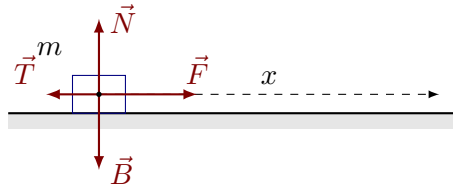
#### 4.4 Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

Το έργο  $W_{\Sigma F}$  της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$  ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας  $\Delta K$ .

Αυτό γράφεται:  $W_{\Sigma F} = \Delta K$  ή  $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}}$

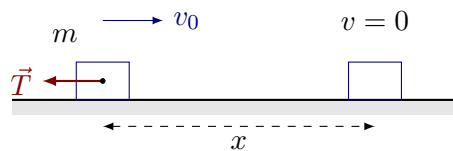
Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  είναι  $K = \frac{1}{2}mv^2$

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα έχει μάζα  $m = 4 \text{ kg}$  είναι ακίνητο και ξαφνικά δέχεται τη δύναμη  $F$  και την τριβή ολίσθησης  $T$  και μετατοπίζεται κατά  $x = 10 \text{ m}$ . Αν τα μέτρα των δυνάμεων είναι  $T = 10 \text{ N}$  και  $F = 15 \text{ N}$  υπολογίστε:



- (α') Το έργο της δύναμης  $F$  είναι ....
- (β') Το έργο της τριβής  $T$  είναι ....
- (γ') Το έργο του βάρους  $B$  είναι ....
- (δ') Το έργο της κάθετης δύναμης στήριξης  $N$  είναι ....
- (ε') Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....
- (στ') Η ταχύτητα  $v$  μετά από 10m μετατόπιση θα είναι: .....
- .....
- .....

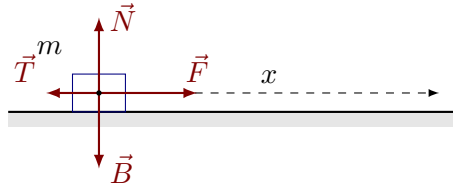
2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  κατά η τριβή είναι  $T = 5 \text{ N}$ . Το σώμα σταματάει διανύοντας απόσταση  $x$ .



- (α') Το έργο της τριβής  $T$  είναι .....
- (β') Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος κατά  $x$  και έχουμε:  
 $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}} \Leftrightarrow \dots$   
 .....
- (γ') Η μετατόπιση  $x$  μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας είναι: ..... m.

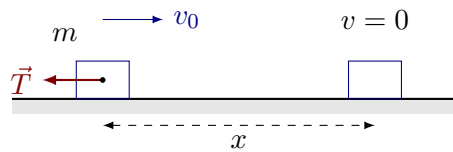
### 4.4.1 Ασκήσεις-Προβλήματα

1. Σώμα έχει μάζα  $m = 2 \text{ kg}$  και είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,2$ . Το σώμα ξαφνικά δέχεται οριζόντια δύναμη  $F$  και αρχίζει να κινείται. Όταν έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 10 \text{ m}$ , η ταχύτητά του είναι  $v = 10 \text{ m/s}$ . Να υπολογίσετε:



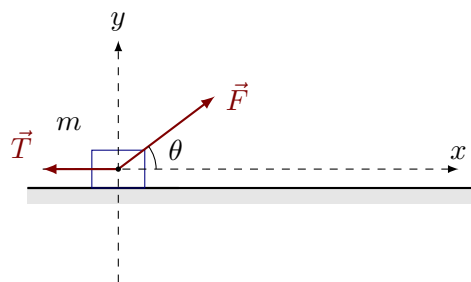
- (α) Την τριβή  $T$ .
- (β) Την τελική κινητική ενέργεια του σώματος.
- (γ) Τη δύναμη  $F$  που δέχθηκε.

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  βάλλεται με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,5$ . Το σώμα σταματάει διανύοντας απόσταση  $x$ .



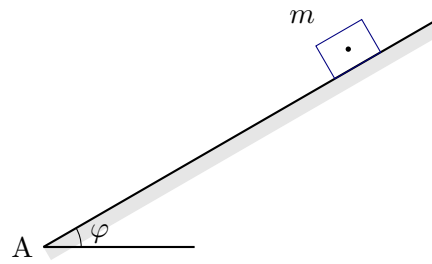
- (α) Βρείτε την τριβή που δέχεται και την επιβράδυνση που αυτή δημιουργεί.
- (β) Βρείτε τη μετατόπιση  $x$  μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας.

3. Σώμα έχει μάζα  $m = 10 \text{ kg}$  και είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,1$ . Το σώμα ξαφνικά δέχεται δύναμη  $F = 40 \text{ N}$  με γωνία  $\varphi$  για την οποία  $\sin\varphi = 0,8$  και  $\eta\mu\varphi = 0,6$ . Όταν έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 10 \text{ m}$ , η δύναμη καταργείται. Να υπολογίσετε:



- (α) Την ταχύτητα του σώματος όταν καταργείται η δύναμη  $F$ .
- (β) Την τριβή ολίσθησης μετά τον μηδενισμό της δύναμης  $F$ .
- (γ) Την συνολική μετατόπιση του σώματος.

4. Σώμα μάζας  $m$  αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi = 30^\circ$  και συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6}$  σε απόσταση  $x = 5 \text{ m}$  από την βάση Α του κεκλιμένου.



(α') Να αποδείξετε ότι το σώμα θα γλυστρίσει στο κεκλιμένο.

(β') Να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο σημείο A του κεκλιμένου επιπέδου.

5. Σώμα βάλλεται με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  από τη βάση A κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $\varphi = 30^\circ$  και συντελεστή τριβής, στατικής και ολίσθησης,  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . Το σώμα επιβραδύνεται και σταματάει στιγμιαία σε σημείο Γ του κεκλιμένου.

(α') Να βρείτε την απόσταση ΑΓ και το κατακόρυφο ύψος στο οποίο έφτασε το σώμα.

(β') Να εξετάσετε αν το σώμα θα επιστρέψει στη βάση του επιπέδου.

### 4.5 Ισχύς

Η Ισχύς ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του σώματος ή του έργου μίας δύναμης. Δηλαδή

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Για μία δύναμη  $F$  που δρα σε ένα σώμα το οποίο έχει εκείνη τη στιγμή ταχύτητα  $v$  η στιγμιαία ισχύς της βρίσκεται από τον τύπο

$$P_F = F \cdot v$$

όπου θεωρούμε ότι η δύναμη  $\vec{F}$  και η ταχύτητα  $\vec{v}$  είναι συγγραμμικές και ομόρροπες. Αν δεν είναι αναλύουμε τη δύναμη στη διεύθυνση της ταχύτητας  $\vec{v}$  και ο τύπος γίνεται  $P_F = F_x \cdot v_x$ .

#### 4.5.1 Ρυθμοί μεταβολής

Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{\Sigma F}}{\Delta t} = \frac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v$$

Ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας:

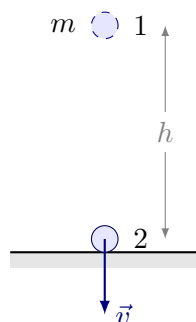
$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{-\Delta W_B}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \Delta y}{\Delta t} = -B \cdot v_y$$

Ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας (όταν δρουν μη συντηρητικές δυνάμεις που τη μεταβάλλουν):

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{-\Delta W_{μη-συντ.}}{\Delta t} = -\frac{F_{μη-συντ.} \cdot \Delta x}{\Delta t} = -F_{μη-συντ.} \cdot v$$

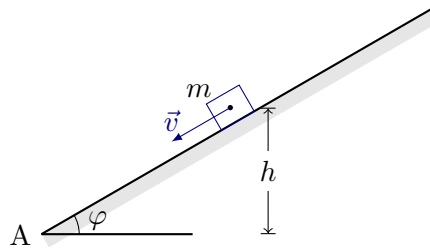
#### 4.5.2 Ασκήσεις

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h = 20$  m και κάνει ελεύθερη πτώση. Δίνεται  $g = 10$  m/5<sup>2</sup>.



- (α') Ο χρόνος πτώσης μέχρι το έδαφος είναι .....
- (β') Η μέση ισχύς του βάρους για την πτώση του σώματος είναι .....
- (γ') Η ταχύτητα  $v$  όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι ....
- (δ') Ο στιγμιαίος ρυθμός δυναμικής ενέργειας ακριβώς όταν φτάνει στο έδαφος είναι: .....

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα  $m = 2 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την κορυφή του κεκλιμένου και όταν βρίσκεται σε ύψος  $h = 5 \text{ m}$  από το έδαφος έχει ταχύτητα  $v = 10 \text{ m/s}$ . Το κεκλιμένο έχει γωνία  $\varphi = 37^\circ$  και συντελεστή τριβής  $\mu = 0,2$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu 37 = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\upsilon 37 = 0,8$ .



Υπολογίστε στη θέση αυτή που βρίσκεται το σώμα:

- (α') Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
- (β') Τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.
- (γ') Τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας από την τριβή.



## 4.6 Έργο-Ενέργεια, Ασκήσεις

### 4.6.1 Α'-Β' Θέματα

1. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο χωρίς αρχική ταχύτητα και αφού ανοίξει το αλεξιπτωτο κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα προσγειώνεται στο έδαφος. Αν συμβολίσουμε με  $W_B$  το έργο του βάρους του αλεξιπτωτιστή κατά τη διάρκεια της πτώσης του και  $K$  τη κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή κατά τη προσγείωσή του θα ισχύει:

$$(\alpha') W_B > K \quad (\beta') W_B = K \quad (\gamma') W_B < K$$

2. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s δυο αλεξιπτωτιστές ίδιας μάζας εγκαταλείπουν το αεροπλάνο στο οποίο επέβαιναν και αρχικά εκτελούν ελεύθερη πτώση. Οι δυο αλεξιπτωτιστές ανοίγουν τα αλεξιπτωτά τους τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2 = 2 \cdot t_1$  αντίστοιχα οπότε αρχίζουν να κινούνται με σταθερή ταχύτητα με την οποία και προσγειώνονται.

Αν  $P_1$  και  $P_2$  είναι οι ρυθμοί παραγωγής έργου από τα βάρη των αλεξιπτωτιστών κατά τη κίνησή τους με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει:

$$(\alpha') P_1 = P_2 \quad (\beta') P_2 = 2P_1 \quad (\gamma') P_2 = 4P_1$$

3. Η κινητική ενέργεια μιας μπάλας αυξάνεται από  $K_{\text{αρχ}}$  σε  $K_{\text{τελ}} = 4 \cdot K_{\text{αρχ}}$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  το έργο  $W$  της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα είναι

$$(\alpha') 9K_{\text{τελ}} \quad (\beta') 3K_{\text{τελ}} \quad (\gamma') 15K_{\text{τελ}}$$

4. Μικρή σιδερένια σφαίρα μάζας  $m$  βρίσκεται αρχικά στο έδαφος. Η σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

Η κινητική ενέργεια που θα έχει η σφαίρα φτάνοντας στο έδαφος θα είναι:

$$(\alpha') \text{ ίση με την ποσότητα } \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (\beta) \text{ μικρότερη από την ποσότητα } \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (\gamma) \text{ μεγαλύτερη από την ποσότητα } \frac{1}{2}mv_0^2$$

5. Μικρή σφαίρα βρίσκεται πάνω στο έδαφος. Η σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με κινητική ενέργεια  $K$ , οπότε φτάνει σε ύψος  $H$  πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  είναι σταθερή.

Αν η ίδια σφαίρα εκτοξευθεί από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω έχοντας διπλάσια κινητική ενέργεια  $2K$ , τότε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα είναι:

$$(\alpha') H \quad (\beta') \frac{H}{2} \quad (\gamma') 2H$$

6. Από ύψος  $h$  εκτοξεύονται δύο σώματα μαζών  $m$  και  $4m$  με ταχύτητες τυχαίων διευθύνσεων αλλά ίδιων μέτρων  $v$ . Την στιγμή που τα σώματα φτάνουν στο έδαφος αύξηση των κινητικών τους ενεργειών είναι  $\Delta K_1$  και  $\Delta K_2$ .

Για τα  $\Delta K_1$  και  $\Delta K_2$  ισχύει:

$$(\alpha') \Delta K_1 = \Delta K_2 \quad (\beta') \Delta K_2 = 4\Delta K_1 \quad (\gamma') \Delta K_2 = 2\Delta K_1$$

7. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με  $h/3$ , από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια  $U$  και η κινητική της ενέργεια  $K$  θα είναι αντίστοιχα:

$$(\alpha') U = 40 \text{ J}, K = 80 \text{ J} \quad (\beta') U = 80 \text{ J}, K = 40 \text{ J} \quad (\gamma') U = 90 \text{ J}, K = 30 \text{ J}$$

8. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο Α της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  και κινητική ενέργεια ίση με  $K$ . Σε ένα άλλο σημείο Β που βρίσκεται χαμηλότερα από το Α το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με  $2v$ .

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση Α στην θέση Β είναι ίση με:

(α')  $-3K$

(β')  $2K$

(γ')  $-4K$

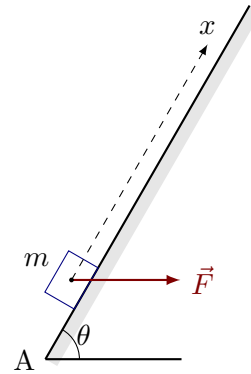
9. Εργάτης σπρώχνει ένα μικρό σώμα που κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\theta = 60^\circ$  ( $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ ). Ο εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου  $F$  όπως φαίνεται στο σχήμα και το κιβώτιο μετατοπίζεται κατά διάστημα  $x$ .

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον εργάτη στο κιβώτιο είναι ίση με

(α')  $F \cdot x$

(β')  $\frac{F \cdot x}{2}$

(γ')  $\frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot x$



10. Μπίλια βρίσκεται σε ύψος  $h = 9$  m πάνω από το έδαφος και αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η βαρυτική δυναμική ενέργεια της μπίλιας είναι μηδέν στο έδαφος.

Η κινητική ενέργεια της μπίλιας είναι διπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια σε ύψος:

(α')  $h_1 = 2,25$  m

(β')  $h_1 = 4,5$  m

(γ')  $h_1 = 3$  m

11. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d_1$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή  $v_2 = 2v_1$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d_2$ .

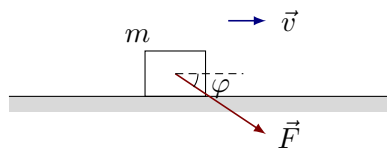
Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει:

(α')  $d_1 = 2d_2$

(β')  $d_1 = 3d_2$

(γ')  $d_1 = 4d_2$

12. Το σώμα του διπλανού σχήματος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της σταθερής δύναμης  $\vec{F}$  που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Το έργο της τριβής  $\vec{T}$  για μετατόπιση του σώματος κατά  $x$  είναι ίσο με:

(α')  $W_T = -Fx \sigma\upsilon\nu\varphi$

(γ')  $W_T = -\mu mgx$

(β')  $W_T = -\mu mgx \sigma\upsilon\nu\varphi$

(δ')  $W_T = -\mu(mg - F\eta\mu\varphi)x$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### 4.6.2 Γ'-Δ' Θέματα

1. Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη  $F$  μέτρου  $50 \text{ N}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  η ταχύτητα του κιβωτίου είναι ίση με  $v = 2 \text{ m/s}$  και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά.

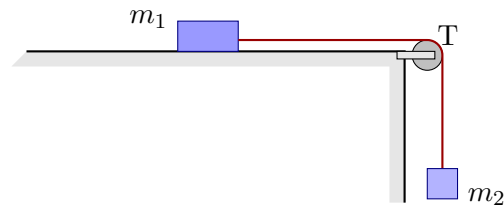
Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογίσετε:

- την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο.
- το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.
- την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης  $F$
- το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , μέχρι να σταματήσει.

2. Από ένα βράχο ύψους  $H = 10 \text{ m}$  πάνω την επιφάνεια της θάλασσας εκτοξεύουμε μια πέτρα μάζας  $0,1 \text{ kg}$ , κατακόρυφα προς τα με πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ . Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια την επιφάνεια της θάλασσας και την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

- τη μηχανική ενέργεια της πέτρας τη στιγμή της εκτόξευσης,
- το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα από την επιφάνεια της θάλασσας καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος,
- το ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας στο οποίο η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια,
- το χρονικό διάστημα της κίνησης της πέτρας από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι την χρονική στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια του νερού.

3. Τα σώματα του παραπάνω σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ kg}$  και είναι δεμένα μεταξύ τους με μη εκτατό (σταθερού μήκους) και αμελητέας μάζας νήμα που διέρχεται από το αυλάκι μιας πολύ ελαφριάς τροχαλίας  $T$  (θεωρήστε τη μάζα της τροχαλίας αμελητέα). Το σώμα με μάζα  $m_1$  εμφανίζει με την επιφάνεια στην οποία είναι τοποθετημένο συντελεστή τριβής ολίσθησης ίσο με  $0,25$ .



Το σύστημα των δύο σωμάτων συγκρατείται ακίνητο και τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$ , αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα.
  - Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του συστήματος.
  - Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.
  - Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος με μάζας  $m_2$  όταν το σώμα με μάζα  $m_1$  έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά  $40 \text{ cm}$ .
4. Σε έλκηθρο μάζας  $m_1 = 40 \text{ Kg}$  επιβαίνει ένας Εσκιμώος με μάζα  $m_2 = 80 \text{ Kg}$ . Το έλκηθρο δένεται με δυο όμοια σχοινιά που δεν έχουν μάζα και διατηρούνται τεντωμένα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του έλκηθρου και παράλληλα στην ταχύτητά του. Το έλκηθρο το σέρνουν 2 ειδικά σκυλιά Χάσκις σε μια οριζόντια χιονισμένη πεδιάδα. Όταν κάθε σκυλί αναπτύσσει ισχύ  $600 \text{ W}$  το έλκηθρο -κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  με μέτρο  $5 \text{ m/s}$ . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε :

(α') τη δύναμη που ασκεί καθένα από τα σκοινιά στο έλκηθρο.

(β') το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του έλκηθρου και του χιονισμένου εδάφους.

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0$  s ο Εσκιμώος πηδάει από το έλκηθρο ενώ η ταχύτητα του έλκηθρου διατηρεί το μέτρο της  $5\text{ m/s}$  και τα σχυλιά εξακολουθούν να ασκούν την ίδια δύναμη όπως προηγουμένως. Να υπολογίσετε:

(γ') την ταχύτητα του έλκηθρου τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2$  s.

(δ') την ενέργεια που γίνεται θερμότητα στο χρονικό διάστημα  $0\text{ s} - 2\text{ s}$ .

5. Ένας μικρός πύραυλος έχει μάζα  $200\text{ Kg}$ . Ο πύραυλος αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω χωρίς αρχική ταχύτητα με σταθερή επιτάχυνση  $a = 10\text{ m/s}^2$ . Όταν ο πύραυλος φθάσει σε ύψος  $H = 500\text{ m}$  αποκολλάται ένας από τους ορόφους του, ο οποίος τη στιγμή της αποκόλλησης έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του πυραύλου εκείνη τη χρονική στιγμή. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{ m/s}^2$ , η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι η μάζα του πυραύλου κατά την κίνησή του μέχρι το ύψος  $H$  παραμένει σταθερή. Για τη κίνηση του πυραύλου από το έδαφος μέχρι το ύψος  $H$  να υπολογίσετε:

(α') την κατακόρυφη προωστική δύναμη που ασκείται στο πύραυλο.

(β') την ταχύτητα του πυραύλου στο ύψος  $H$ .

(γ') τη μέση ισχύ που ανέπτυξε ο κινητήρας του πυραύλου.

(δ') την ταχύτητα με την οποία ο ορόφος που αποκολλήθηκε από τον πύραυλο θα φθάσει στην επιφάνεια του εδάφους.

6. Μικρό σώμα μάζας  $m = 5\text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι  $\mu = 0,4$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου ίσο με  $50\text{ N}$  με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{ m/s}^2$  Να υπολογίσετε:

(α') το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα

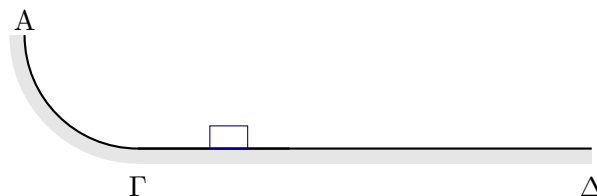
(β') την κινητική ενέργεια του σώματος την χρονική στιγμή  $t_1 = 2\text{ s}$ ,

(γ') το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2\text{ s}$ ,

(δ') τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ , στη χρονική διάρκεια από την  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2\text{ s}$ .

ότι η

7. Σώμα αφήνεται από την κορυφή  $A$  λείου τεταρτοκύκλιου  $ΑΓ$  ακτίνας  $R = 1,8\text{ m}$  και εισέρχεται σε οριζόντιο επίπεδο  $ΓΔ$  με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu=0,2$ . Αν η μάζα του σώματος είναι  $m = 2\text{ kg}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{ m/s}^2$ , να βρεθούν:



(α') Η ταχύτητα με την οποία εισέρχεται στο οριζόντιο επίπεδο.

(β') Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας του σώματος στη θέση  $x = 1,1\text{ m}$  από το σημείο  $Γ$ .

(γ') Η θέση που θα σταματήσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο.

(δ') Η μέση ισχύς της δύναμης της τριβής.

---

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

---

# Γενικές Ασκήσεις - Προβλήματα

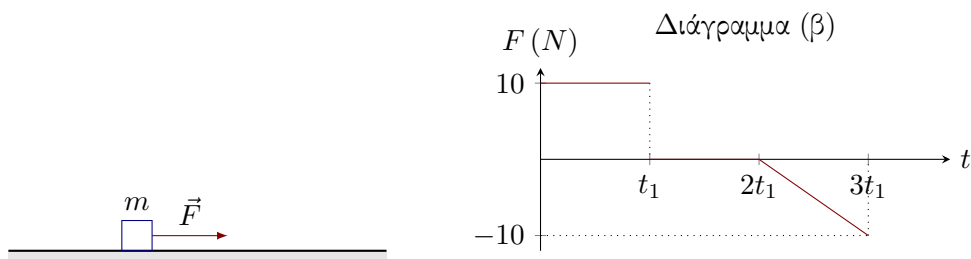
*Ερωτήσεις και Ασκήσεις Επανάληψης*



## 5.1 Προβλήματα Επανάληψης

### 5.1.1 Επανάληψη, Θέματα Α'-Β'

1. Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο Ο. Σε μια στιγμή  $t_0 = 0$  δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα

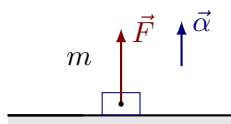


Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- (α') Από  $0 - t_1$  το σώμα κινείται και η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- (β') Στο χρονικό διάστημα  $t_1 - 2t_1$  το σώμα ηρεμεί.
- (γ') Στο χρονικό διάστημα  $2t_1 - 3t_1$  το σώμα κινείται επιταχυνόμενο προς τα αριστερά.
- (δ') Τη στιγμή  $3t_1$  το σώμα απέχει μεγαλύτερη απόσταση από την αρχική θέση Ο, από ότι τη στιγμή  $2t_1$ .
- (ε') Τη στιγμή  $3t_1$  το σώμα έχει ταχύτητα προς τα δεξιά.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

2. Σε ένα σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha = 2g$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

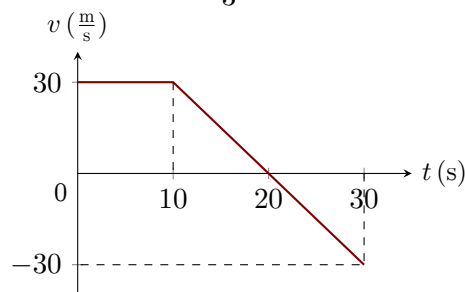


Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος Β του σώματος θα έχει μέτρο:

- (α')  $F$
- (β')  $3F$
- (γ')  $\frac{F}{3}$

3. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:



- (α') 300 m
- (β') 600 m
- (γ') -300 m

4. Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Οx και έχουν εξισώσεις κίνησης  $x_A = 6t$  (SI) και  $x_B = 2t^2$  (SI) αντίστοιχα.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

(α')  $t = 2 \text{ s}$

(β')  $t = 1.5 \text{ s}$

(γ')  $t = 3 \text{ s}$

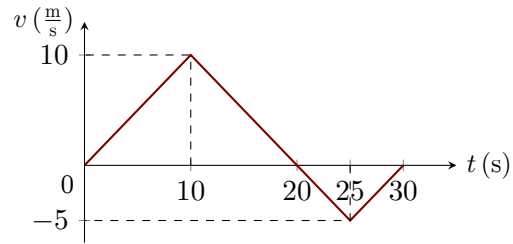
5. Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα  $x'x$  και τη στιγμή  $t = 0$  βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ . Η τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Η μπίλια τη χρονική στιγμή  $t = 30 \text{ s}$  βρίσκεται στη θέση

(α')  $125 \text{ m}$

(β')  $100 \text{ m}$

(γ')  $75 \text{ m}$



6. Δύο πέτρες Α, και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

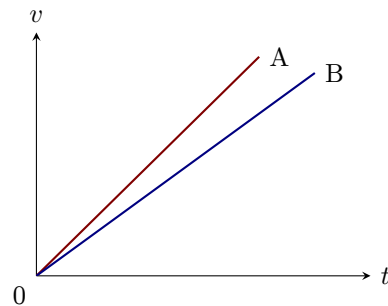
Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση  $t_A = 2t_B$ , τότε τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $h_A = 2h_B$

(β')  $h_A = 4h_B$

(γ')  $h_A = 8h_B$

7. Δύο μαθητές, ο Αντώνης (Α) και ο Βασίλης (Β) συναγωνίζονται με τα ποδήλατά τους ποιος από τους δύο μπορεί να φτάσει πρώτος να κινείται με ταχύτητα ίση με  $25 \text{ km/h}$ . Για τον λόγο αυτό σταματούν στο ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου οριζόντιου δρόμου και αρχίζουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να κινούνται παράλληλα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου για τους δύο μαθητές.



Ο μαθητής που θα καταφέρει πρώτος να "φτάσει" τα  $25 \text{ km/h}$ , είναι:

- α) ο Αντώνης β) ο Βασίλης γ) κανένας από τους δύο

8. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με  $120 \text{ J}$ . Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα. Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με  $h/4$ , από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια  $U$  και η κινητική της ενέργεια  $K$  θα είναι αντίστοιχα:

(α')  $U = 30 \text{ J}$ ,  $K = 90 \text{ J}$

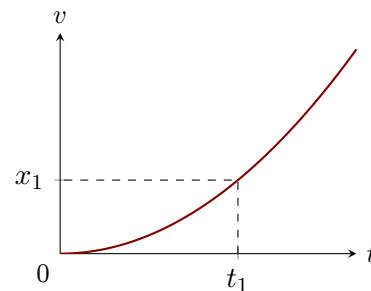
(β')  $U = 60 \text{ J}$ ,  $K = 60 \text{ J}$

(γ')  $U = 90 \text{ J}$ ,  $K = 30 \text{ J}$

9. Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα. Η γραφική παράσταση της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι παραβολή και παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

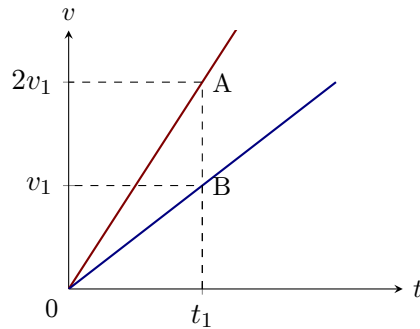
Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ:

- α) αυξάνεται. β) μειώνεται γ) δε μεταβάλλεται



10. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο.





Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ , το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_1$ , είναι:

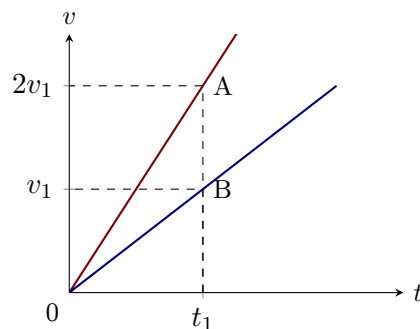
- (α') ίσο με το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .
- (β') διπλάσιο από το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .
- (γ') ίσο με το μισό του διαστήματος που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .

11. Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$  και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με  $v$ .

Αν στο σώμα ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $4F$  και μετατοπιστεί στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με:

- (α')  $2v$
- (β')  $4v$
- (γ')  $\frac{v}{2}$

12. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , στα σώματα ασκούνται οριζόντιες δυνάμεις οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, φαίνεται πως μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.

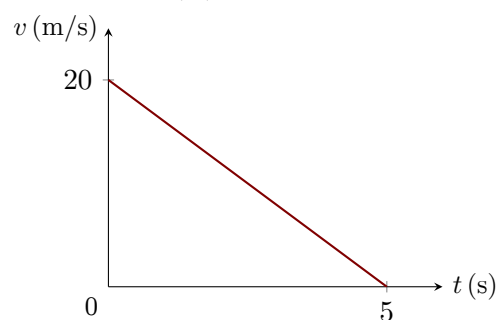


Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει η σχέση:

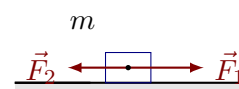
- (α')  $m_1 = m_2$
- (β')  $m_1 = 2m_2$
- (γ')  $m_2 = 2m_1$

13. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Κατά την κίνηση του κινητού, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι να σταματήσει, το κινητό κινείται με: α) επιτάχυνση ίση με  $4 \text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά  $50 \text{ m}$ . β) επιτάχυνση ίση με  $-4 \text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά  $100 \text{ m}$ . γ) επιτάχυνση ίση με  $-4 \text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά  $50 \text{ m}$ .



14. Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , με μέτρα  $F_1 = 4 \text{ N}$  και  $F_2 = 3 \text{ N}$ . Το κιβώτιο παραμένει συνεχώς ακίνητο στο οριζόντιο δάπεδο.



Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο στατική τριβή, η οποία έχει:

- (α') φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με  $1 \text{ N}$ .

(β') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 1 N.

(γ') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 7 N.

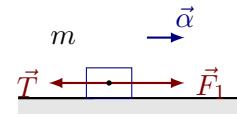
15. Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ . Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου  $\alpha = 1 \text{ m/s}^2$ . Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με  $3 \text{ m/s}^2$ .

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ισούται με

(α') 8N

(β') 6N



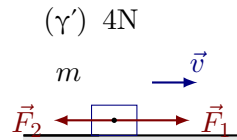
16. Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , με μέτρα  $F_1 = 10 \text{ N}$  και  $F_2 = 6 \text{ N}$ . Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  στο οριζόντιο δάπεδο.

Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο:

(α') στατική τριβή με φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 4 N.

(β') τριβή ολίσθησης με φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 4 N.

(γ') τριβή ολίσθησης με φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 4 N.



17. Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m$  που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}_1$  και το σώμα κινείται με επιτάχυνση μέτρου  $\alpha$ .

Αν μαζί με την  $\vec{F}_1$  ασκούμε στο κιβώτιο και δεύτερη οριζόντια δύναμη  $\vec{F}_2$  με μέτρο  $F_2 = \frac{F_1}{3}$  και αντίθετης κατεύθυνσης από την  $\vec{F}_1$ , τότε η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το κιβώτιο θα έχει μέτρο ίσο με :

(α')  $\frac{0.5}{2}$

(β')  $\frac{20.5}{3}$

(γ')  $\frac{0.5}{3}$

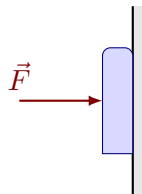
18. Ένα παιδί πιέζει κάθετα ένα βιβλίο, που βρίσκεται σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί ακίνητο. Η ισορροπία στον κατακόρυφο άξονα οφείλεται:

(α') στην ύπαρξη της βαρυτικής δύναμης.

(β') στο σχήμα του βιβλίου.

(γ') στην εμφάνιση στατικής τριβής αντίθετης με το βάρος του βιβλίου.

(δ') στην εμφάνιση τριβής ολίσθησης.



19. Τρεις συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα  $F_1 = F_2 = F$  και  $F_3 = 2F$  ασκούνται στο ίδιο υλικό σημείο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Το μέτρο της συνισταμένης τους δύναμης  $\Sigma \vec{F}$  είναι ίσο με:

(α') μηδέν                      (β')  $2F$                       (γ')  $-F$                       (δ')  $F$

20. Το έργο του βάρους ενός σώματος:
- (α') είναι θετικό όταν το σώμα κινείται οριζόντια
  - (β') είναι μηδέν όταν το σώμα ανεβαίνει κατακόρυφα προς τα πάνω.
  - (γ') είναι θετικό όταν το σώμα κατεβαίνει σε μία ελεύθερη πτώση.
  - (δ') είναι αρνητικό όταν το σώμα κατεβαίνει σε ένα κεκλιμένο επίπεδο.
21. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:
- (α') Η ισορροπία ενός σώματος που δέχεται δύο δυνάμεις είναι συνέπεια του νόμου δράσης-αντίδρασης.
  - (β') Ένα σώμα που έχει ταχύτητα έχει μεγαλύτερη αδράνεια. (Εννοείται μή-σχετικιστική ταχύτητα...)
  - (γ') Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα έχει πάντα την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ .
  - (δ') Η τριβή ολίσθησης έχει λίγο μεγαλύτερο μέτρο από την οριακή τριβή.
  - (ε') Μία δύναμη κάθετη στη μετατόπιση δεν παράγει έργο.
22. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:
- (α') Το βάρος των σωμάτων είναι το μέτρο της αδράνειάς τους.
  - (β') Σε ένα σώμα, που κινείται ευθύγραμμα, η συνισταμένη δύναμη και η ταχύτητά του έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
  - (γ') Το μέτρο της τριβής ολίσθησης για μικρές ταχύτητες εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ολισθαίνει.
  - (δ') Κατά την ελεύθερη πτώση ενός σώματος, με αμελητέα την αντίσταση του αέρα, η μεταβολή  $\Delta U$  της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας και η μεταβολή  $\Delta K$  της κινητικής ενέργειας, συνδέονται με τη σχέση  $\Delta K = -\Delta U$ .
  - (ε') Αν αφήσουμε ελεύθερο ένα σώμα να κινηθεί από μικρό ύψος, μόνο με την επίδραση του βάρους του, θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
23. Ένα κιβώτιο κινείται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Για να αυξηθεί η τριβή που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο, θα πρέπει:
- (α') να αυξήσουμε το εμβαδόν της τριβόμενης επιφάνειας.
  - (β') να μετατρέψουμε το οριζόντιο δάπεδο σε κεκλιμένο.
  - (γ') να ελαττώσουμε την ταχύτητα του σώματος.
  - (δ') να αυξήσουμε τη μάζα του κιβωτίου.
24. Σε ένα παγοδρόμιο βρίσκονται ακίνητοι ο Χοντρός και ο Λιγνός. Κάποια στιγμή ο Χοντρός σπρώχνει το Λιγνό. Αν θεωρήσουμε τις τριβές αμελητέες, τότε:
- (α') αποκτούν και οι δύο την ίδια επιτάχυνση.
  - (β') μεγαλύτερη επιτάχυνση αποκτά ο Λιγνός.
  - (γ') μεγαλύτερη επιτάχυνση αποκτά ο Χοντρός.
  - (δ') οι επιταχύνσεις και των δύο είναι μηδέν.
25. Από ένα σημείο του εδάφους εκτοξεύουμε μια μικρή μεταλλική σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και φτάνει σε μέγιστο ύψος ίσο με  $h$  πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Αν η πέτρα εκτοξευτεί με διπλάσια αρχική ταχύτητα, τότε θα φτάσει σε μέγιστο ύψος πάνω από το έδαφος ίσο με:

(α')  $2h$

(β')  $4h$

(γ')  $h\sqrt{2}$

26. Μια σφαίρα μάζας  $m$  βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Η σφαίρα φτάνει στο μέγιστο ύψος  $h$  και επιστρέφει στο έδαφος.

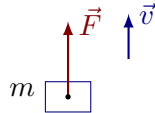
Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη συνολική κίνηση της είναι ίσο με:

(α')  $mgh$

(β')  $0$

(γ')  $2mgh$

27. Σε ένα σώμα μάζας  $m$  ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$ . Αν το μέτρο της δύναμης διπλασιαστεί και η κατεύθυνσή της μείνει ίδια, τότε το σώμα:



(α') Θα επιταχυνθεί προς τα πάνω με επιτάχυνση  $\frac{g}{2}$ .

(β') Θα επιταχυνθεί προς τα πάνω με επιτάχυνση  $g$ .

(γ') Θα συνεχίσει να κινείται προς τα πάνω με μεγαλύτερη ταχύτητα.

28. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο έχοντας κινητική ενέργεια  $K$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με σιπλάσια κινητική ενέργεια  $K' = 2K$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d'$ .

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται από την ίδια δύναμη τριβής, τότε ισχύει:

(α')  $d' = 2d$

(β')  $d' = 3d$

(γ')  $d' = 4d$

29. Σώμα βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και φτάνει σε μέγιστο ύψος  $h_{\max}$ .

Για να φτάσει σε διπλάσιο ύψος πρέπει να βληθεί με ταχύτητα  $v'_0$  για την οποία ισχύει:

(α')  $v'_0 = 2v_0$

(β')  $v'_0 = \sqrt{2}v_0$

(γ')  $v'_0 = 4v_0$

30. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο Α της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  και κινητική ενέργεια ίση με  $K$ . Σε ένα άλλο σημείο Β που βρίσκεται χαμηλότερα από το Α το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με  $2v$ .

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση Α στην θέση Β είναι ίση με:

(α')  $-3K$

(β')  $2K$

(γ')  $-4K$

31. Κιβώτιο μάζας  $M$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $x_1$  έχει κινητική ενέργεια  $K$  και ταχύτητα μέτρου  $v_1$

Όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί συνολικά κατά  $x_2 = 4x_1$  θα έχει αποκτήσει

(α') ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 4v_1$

(β') ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 2v_1$

(γ') κινητική ενέργεια  $K_2 = 2K_1$

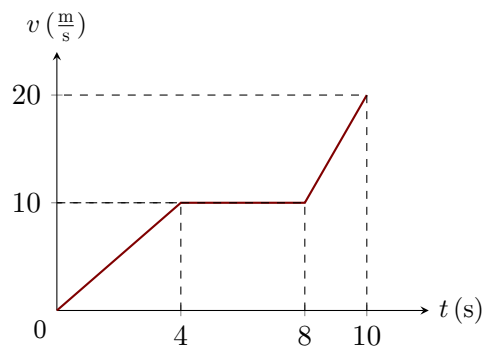
32. Σε μια στιγμή απροσεξίας ξεφεύγει το σφυρί από τα χέρια κάποιου εργάτη που δουλεύει στην ταράτσα ενός πολυώροφου κτηρίου. Ένα δευτερόλεπτο αργότερα το σφυρί βρίσκεται έναν όροφο πιο κάτω από την ταράτσα του κτηρίου.

Αν θεωρήσετε την επίδραση του αέρα αμελητέα, την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την υψομετρική διαφορά των διαδοχικών ορόφων ίδια τότε έπειτα από ένα ακόμη δευτερόλεπτο το σφυρί θα βρίσκεται σε σχέση με την ταράτσα:



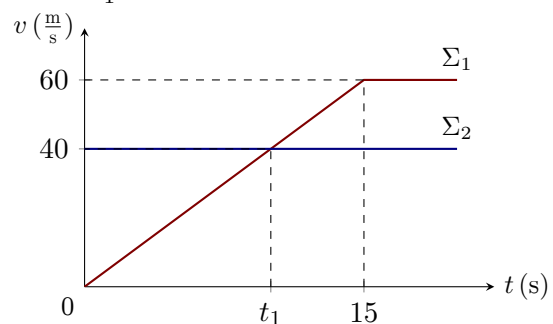
### 5.1.2 Επανάληψη, Θέμα Γ'-Δ'

- Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες  $m_A = 5 \text{ kg}$  και  $m_B = 10 \text{ kg}$ , κινούνται παράλληλα με έναν οριζόντιο προσανατολισμένο άξονα  $Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ , κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 10 \text{ m/s}$ , ενώ το κιβώτιο Β έχει ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ , και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο  $a_B = 2 \text{ m/s}^2$  και φορά αντίθετη της ταχύτητας  $v_0$ . Να υπολογίσετε:
  - το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο,
  - τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια Α και Β θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή  $t_0$ ,
  - τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα,
  - τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.
- Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.



- Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$  και  $8 \text{ s} - 10 \text{ s}$  αντίστοιχα.
- Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως και την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$ .
- Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ .
- Αν  $K_1$  και  $K_2$  είναι οι τιμές της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 2 \text{ s}$  και  $t_2 = 9 \text{ s}$  αντίστοιχα, να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_2}{K_1}$ .

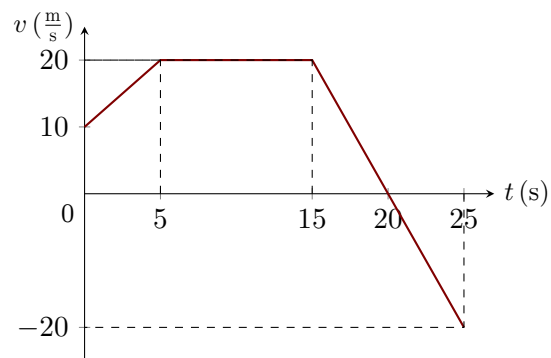
- Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες  $40 \text{ kg}$  το καθένα, βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το  $\Sigma_1$  ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα  $\Sigma_2$  κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με  $40 \text{ m/s}$ , στην ίδια κατεύθυνση με το  $\Sigma_1$ . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.



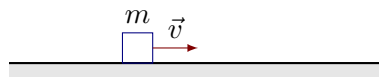
- Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο  $\Sigma_1$  κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης που εκτελεί.
- Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t_1$ , που φαίνεται στο διάγραμμα, μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 15 \text{ s}$ .

- (γ') Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- (δ') Να εξετάσετε αν τα δύο σώματα συναντηθούν ξανά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , και να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή θα συμβεί κάτι τέτοιο.

4. Ένα αυτοκίνητο με μάζα 900 kg κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το αυτοκίνητο κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, διέρχεται από τη θέση  $x_0 = +25$  m. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_4 = 25$  s.

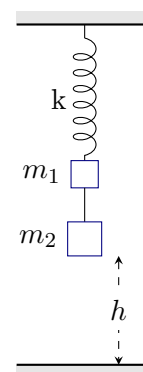


- (α') Να προσδιορίσετε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αυτοκίνητο επιβραδύνεται.
  - (β') Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.
  - (γ') Να προσδιορίσετε τη θέση του αυτοκινήτου τις χρονικές στιγμές  $t_2 = 15$  s και  $t_4 = 25$  s.
  - (δ') Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_4 = 25$  s
5. Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ( $t = 0$ ) ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 8$ , μετατοπίζοντας το σώμα κατά 4 m, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2$  s, όπου και μηδενίζουμε την ασκούμενη δύναμη.



Ζητούνται:

- (α') Η μάζα του σώματος.
  - (β') Η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6$  s.
  - (γ') Να γίνει η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
6. Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 2$  kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, αλλά και δεμένο επίσης και με δεύτερο σώμα μάζας  $m_2 = 4$  kg μέσω νήματος. Το ελατήριο έχει σταθερά  $k = 200$  N/m. Το έδαφος βρίσκεται  $h = 0.8$  m κάτω από το σώμα  $m_2$ .



Ζητούνται:

- (α') Η τάση του νήματος.
- (β') Η παραμόρφωση του ελατηρίου.
- (δ') Σε μια στιγμή ( $t_0 = 0$ ) κόβουμε το νήμα, οπότε τα σώματα κινούνται ανεξάρτητα.
  - i. Ποια η αρχική του επιτάχυνση κάθε σώματος;
  - ii. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει το σώμα  $m_2$  στο έδαφος;
  - iii. Με ποια ταχύτητα θα φτάσει το σώμα  $m_2$  στο έδαφος;

iv. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $m_2$  τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

7. Ένα σώμα μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ , ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούνται σ' αυτό τρεις οριζόντιες συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , έχουν την ίδια κατεύθυνση και μέτρα  $35 \text{ N}$  και  $45 \text{ N}$ , αντίστοιχα, ενώ η  $\vec{F}_3$ , έχει αντίθετη κατεύθυνση από τις άλλες δύο. Το σώμα αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς την κατεύθυνση των  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  έχει διανύσει διάστημα ίσο με  $45 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε:

(α') το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$ .

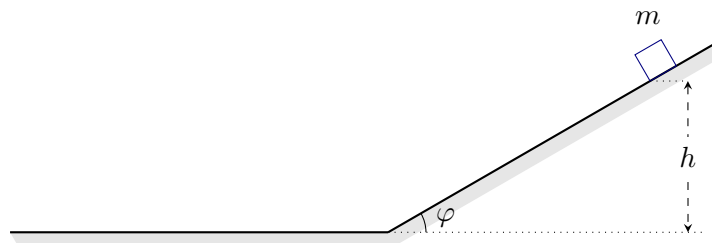
(β') το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_3$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργούμε μία από τις τρεις παραπάνω δυνάμεις. Το σώμα συνεχίζει την κίνησή του και από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ , έχει διανύσει συνολικά διάστημα ίσο με  $137 \text{ m}$ .

(γ') Να προσδιορίσετε και να δικαιολογήσετε ποια δύναμη καταργήσαμε.

(δ') Να υπολογίσετε το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_2$

8. Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  αφήνεται να κινηθεί από ύψος  $h = 1 \text{ m}$  σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$ . Το σώμα συναντά οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$ .



(α') Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος όταν φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο.

(β') Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος λίγο πριν εγκαταλείψει το κεκλιμένο επίπεδο.

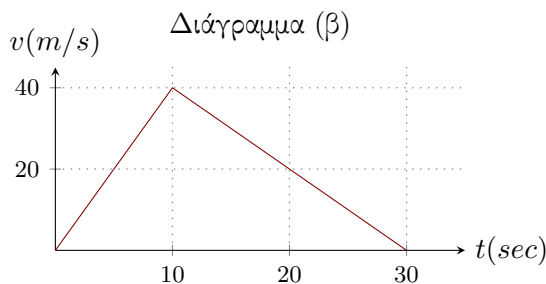
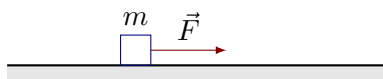
(γ') Να βρεθεί ο ρυθμός μετατροπής της ενέργειας σε θερμική λίγο πριν εγκαταλείψει το κεκλιμένο επίπεδο.

(δ') Να βρεθεί ο ρυθμός μετατροπής της ενέργειας σε θερμική όταν το σώμα μπαίνει στο οριζόντιο επίπεδο.

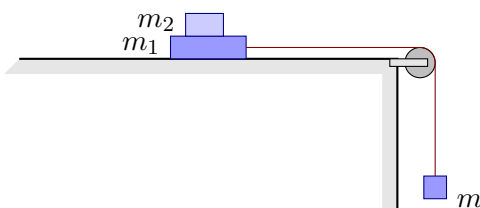
(ε') Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο πριν σταματήσει;

9. Σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται ξαφνικά οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $F = 30 \text{ N}$  και ξεκινάει να κινείται. Η δύναμη καταργείται την χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ . Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από το σχήμα (β).

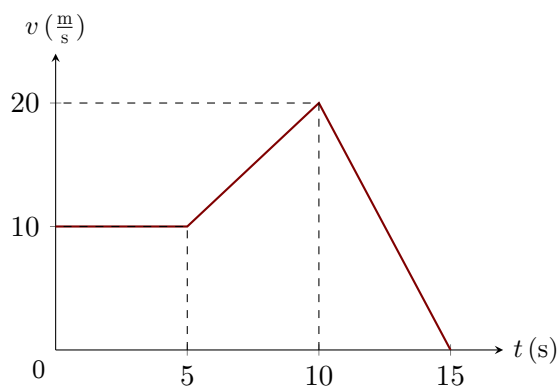




- (α') Να αποδειχθεί ότι το έδαφος δεν είναι λείο και να βρεθεί ο συντελεστής τριβής που παρουσιάζει το σώμα στο επίπεδο.
  - (β') Να βρεθεί η συνολική μετατόπιση του σώματος.
  - (γ') Να υπολογιστεί το έργο που πρόσφερε η δύναμη  $\vec{F}$  στο σώμα.
  - (δ') Να υπολογιστεί το ποσοστό του έργου της  $\vec{F}$  που μετατράπηκε σε θερμότητα τη χρονική στιγμή που καταργείται η  $\vec{F}$ .
  - (ε') Πόση είναι η μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 18s$ ;
10. Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 4\text{ kg}$  βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πάνω του αφήνεται σώμα μάζας  $m_2 = 2\text{ kg}$ . Στο σώμα  $m_1$  είναι δεμένο μή-εκτατό νήμα το οποίο περνάει από ελαφριά τροχαλία (αμελητέας μάζας) και στο άλλο άκρο του είναι δεμένο τρίτο σώμα  $m_3 = 12\text{ kg}$ . Το σύστημα κρατείται ακίνητο και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα  $m_2$  μόλις που δεν γλιστράει πάνω στο σώμα  $m_1$ .



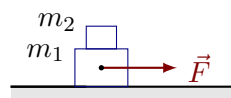
- (α') Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος.
  - (β') Ποιά δύναμη κινεί το σώμα  $m_2$ ; Να την υπολογίσετε.
  - (γ') Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων  $m_1$  και  $m_2$ .
  - (δ') Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος  $m_1$  όταν το  $m_3$  έχει μεταβολή στη δυναμική του ενέργεια  $\Delta U = 60\text{ J}$ ;
  - (ε') Πόσος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $m_3$ ;
11. Ένα σώμα με μάζα  $120\text{ kg}$  ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη  $F$  στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , διέρχεται από τη θέση  $x_0 = 0\text{ m}$ , κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο σώμα, στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5\text{ s}$ .

- (β') Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου από τη δύναμη  $\vec{F}$  (ισχύ της δύναμης  $\vec{F}$ ), τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3$  s.
- (γ') Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10$  s.
- (δ') Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , στη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

12. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 6$  kg και  $m_2 = 4$  kg αντίστοιχα, με το  $\Sigma_2$  τοποθετημένο πάνω στο  $\Sigma_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούμε στο  $\Sigma_1$  οριζόντια δύναμη όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους κινούνται μαζί σαν ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα, πάνω στο οριζόντιο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του δαπέδου είναι ίσο με 30 N και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (β') Να βρείτε πόση ενέργεια πρέπει να προσφέρουμε μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ , για να μετακινήσουμε τα σώματα κατά 120 m.
- (γ') Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του οριζόντιου δαπέδου.
- (δ') Τη χρονική στιγμή  $t_1$  απομακρύνουμε απότομα το σώμα  $\Sigma_2$ , χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη  $\vec{F}$  και αμέσως μετά η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι ίση με 10 m/s. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$ , τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 5$  s.
13. Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m = 5$  kg ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  και το κιβώτιο ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου 8 m/s, σε οριζόντιο δρόμο που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη μετατόπιση του κιβωτίου από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x_1 = 15$  m είναι ίσο με 300 J. Να υπολογίσετε:

- (α') το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (β') το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.
- (γ') το ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο κιβώτιο ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.
- (δ') Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση  $x_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου σε συνάρτηση με τη θέση του  $x$  πάνω στον άξονα, από τη θέση  $x_0 = 0$ , μέχρι τη θέση όπου αυτό σταματά.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

14. Ένα τρακτέρ σέρνει μέσω αλυσίδας ένα κουτί με εργαλεία μάζας  $m = 100$  kg με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 5$  m/s πάνω σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο. Η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκείται στο κουτί από την αλυσίδα είναι οριζόντια. Ξαφνικά σπάει η αλυσίδα οπότε το κουτί ολισθαίνει λίγο ακόμα επιβραδυνόμενο μέχρι που σταματά. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κουτιού και του δρόμου  $\mu=0,4$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογισθούν:
- (α') Η τριβή που ασκείται στο κουτί.
- (β') Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο κουτί μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$  (ισχύς) κατά τη διάρκεια της κίνησης με σταθερή ταχύτητα.
- (γ') Το έργο της τριβής από τη θέση που σπάει η αλυσίδα ως την θέση που σταμάτησε το κουτί.

(δ') Ο μέσος ρυθμός απώλειας ενέργειας του κουτιού λόγω τριβής (μέση ισχύς) από τη στιγμή που σπάει η αλυσίδα ως την στιγμή που σταμάτησε.

15. Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας 10 kg βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη μέτρου 60 N για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και μετατοπίζει το κιβώτιο κατά 25 m πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι 0,4 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογίσετε:

(α') το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ ,

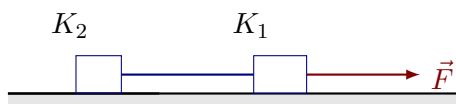
(β') τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ ,

(γ') την κινητική ενέργεια του κιβωτίου όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 25 m.

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας 40 kg βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

(δ') Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε στο ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  να το μετατοπίσει κατά 25 m.

16. Τα κιβώτια  $K_1$  και  $K_2$  του διπλανού σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο  $K_1$  οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1 \text{ m/s}^2$ .



(α') Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε καθένα κιβώτιο.

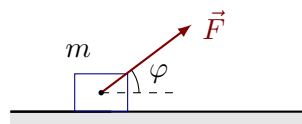
(β') Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στο κιβώτιο  $K_2$  και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο αυτό από το νήμα.

(γ') Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο  $K_1$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

(δ') Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, μεταφέρεται ως κινητική στο κιβώτιο  $K_1$ .

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

17. Σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  (ημ $\varphi = 0,6$ , συν $\varphi = 0,8$ ) και μέτρο  $F = 50 \text{ N}$  όπως φαίνεται στο σχήμα.



(α') Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.

(β') Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος.

Την χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται και το σώμα μετά από λίγο σταματά.

(α') Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική  $t_1$ .

(β') Να βρείτε τη συνολική μετατόπιση του σώματος, καθώς και τη συνολική θερμότητα που παράγεται.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

18. Θέλουμε να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο μάζας  $500 \text{ kg}$  αναγκάζοντας το να ολισθήσει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δίδεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να θεωρήσετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή (οριακή τριβή), μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

(α') Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο κιβώτιο για να το μετακινήσουμε πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Αν στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο ασκηθεί οριζόντια σταθερή δύναμη με μέτρο ίσο με  $1500 \text{ N}$ , τότε να υπολογίσετε:

(β') το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το κιβώτιο.

(γ') το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το κιβώτιο, αφού διανύσει διάστημα ίσο με  $32 \text{ m}$ .

(δ') Αν κάποια στιγμή μέσου του έργου της δύναμης έχει μεταφερθεί στο κιβώτιο ενέργεια ίση με  $3.000 \text{ J}$ , τότε να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που έχει αφαιρεθεί από το σώμα, μέσου του έργου της τριβής ολίσθησης, στο ίδιο χρονικό διάστημα .

19. Ένα σώμα μάζας  $4 \text{ kg}$  , αφήνεται από ύψος  $h$ , πάνω από το έδαφος και φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου  $v = 30 \text{ m/s}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή, με τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα

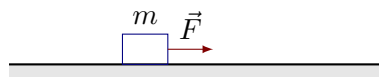
(α') Να υπολογίσετε το ύψος  $h$ .

(β') Να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος από το έδαφος τη στιγμή που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $20 \text{ m/s}$  .

(γ') Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων το διάστημα που διανύει το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο .

(δ') Να υπολογίσετε το έργο του βάρους του σώματος, στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης του σώματος.

20. Μικρό σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $30 \text{ N}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$ , οπότε παύει να ασκείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Να υπολογίσετε:

(α') Το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

(β') Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα.

(γ') Τη χρονική στιγμή που το σώμα θα σταματήσει να κινείται.

(δ') Τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  μέχρι να σταματήσει την κίνηση του.

21. Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 50 \text{ kg}$  είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές

οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο  $F_{\pi} = 200 \text{ N}$  και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο  $F_{\mu} = 50 \text{ N}$ . Την χρονική στιγμή  $t_1$ , μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει  $2 \text{ m}$  πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου  $\mu = 0,4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- (α') Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.
- (β') Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή  $t$ , κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.
- (γ') Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_2 = 4 \text{ s}$ .
- (δ') Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως την στιγμή  $t_2$ , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

22. Ένα σώμα μάζας  $4 \text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 5 \text{ m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ασκείται στο σώμα, δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με τη ταχύτητά του και μέτρου  $20 \text{ N}$ , οπότε το σώμα κινείται με επιτάχυνση το μέτρο της οποίας είναι ίσο με  $4 \text{ m/s}^2$

- (α') Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .
- (β') Να εξετάσετε αν ασκείται στο σώμα δύναμη τριβής και αν ασκείται, τότε να υπολογίσετε το μέτρο της.
- (γ') Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή  $t_2$  που το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $25 \text{ m}$  από το σημείο στο οποίο άρχισε να ασκείται η δύναμη  $\vec{F}$ .
- (δ') Τη χρονική στιγμή  $t_2$  παύει να ασκείται η δύναμη  $\vec{F}$ , όμως το σώμα συνεχίζει την κίνηση του στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_2$ , μέχρι να σταματήσει να κινείται.

23. Από ένα στρατιωτικό ελικόπτερο, που για λίγο αιωρείται ακίνητο σε κάποιο ύψος πάνω από ένα φυλάκιο, αφήνεται ένα δέμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  για να το πάρουν οι φαντάροι του φυλακίου. Το δέμα πέφτει κατακόρυφα και διέρχεται από ένα σημείο Α της τροχιάς του με ταχύτητα μέτρου  $10 \text{ m/s}$  και από ένα άλλο σημείο Β με ταχύτητα μέτρου  $20 \text{ m/s}$ . Το σημείο Β είναι  $30 \text{ m}$  πιο κάτω από το Α. Ο αέρας ασκεί δύναμη  $\vec{F}$  στο δέμα η οποία έχει την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά από την ταχύτητα του δέματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- (α') Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων Α και Β.
- (β') Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη διαδρομή του δέματος από το Α ως το Β.

Αν με τα παραπάνω δεδομένα, υποθέσουμε ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή, να υπολογίσετε:

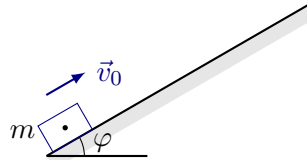
- (γ') το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (δ') το χρόνο κίνησης του δέματος μεταξύ των σημείων Α και Β.

24. Ένας μαθητής τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , πετάει μια πέτρα μάζας  $200 \text{ g}$ , από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Το μέγιστο ύψος, που φτάνει η πέτρα από το έδαφος είναι ίσο με  $5 \text{ m}$  και στη συνέχεια επανέρχεται στο σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να ορίσετε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος.

- (α') Να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια της πέτρας τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στο μέγιστο ύψος από το έδαφος.

- (β') Να υπολογίσετε το μέτρο  $v_0$  της αρχικής ταχύτητας εκτόξευσης.  
 (γ') Να βρείτε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι ίση με το μισό της αρχικής της κινητικής ενέργειας.  
 (δ') Να σχεδιάσετε σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων, τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας της πέτρας σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

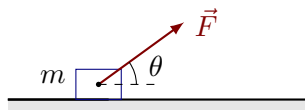
25. Σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  βάλλεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$  προς τα πάνω. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  τότε:



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.  
 (β') Να υπολογίσετε το έργο του βάρους μέχρι το σώμα να σταματήσει.  
 (γ') Να βρεθεί το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.  
 (δ') Να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε μέχρι να σταματήσει το σώμα.

Δίνεται:  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$   $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

26. Σώμα μάζας  $m = 4 \text{ Kg}$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,2$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στο σώμα ασκείται δύναμη μέτρου  $F = 50 \text{ N}$  που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\varphi$  για την οποία ξέρουμε ότι  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .



- (α') Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος.  
 (β') Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  που έχει διανύσει απόσταση  $x_1 = 16 \text{ m}$ .  
 (γ') Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η δύναμη μηδενίζεται. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει.  
 (δ') Να βρεθεί ο συνολικός χρόνος της κίνησης του σώματος.

---

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

---

### Διαγωνίσματα - Τεστ





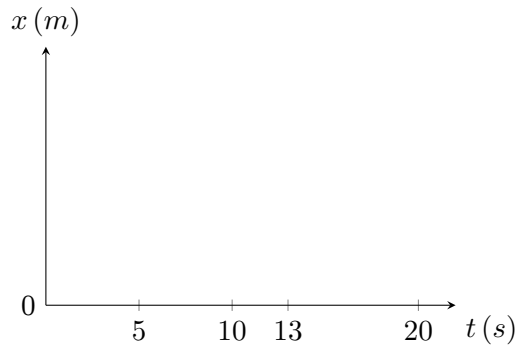
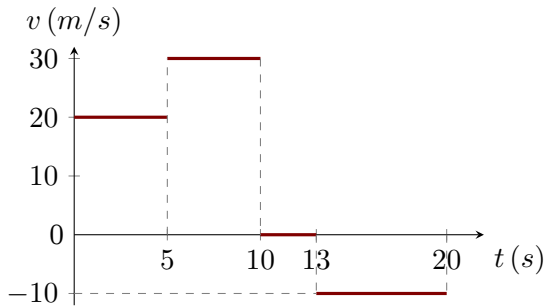
### 6.1 Τεστ

2<sup>ο</sup> ΓΕΛ Ναυπάκτου  
 Σχολικό έτος 2013-2014  
 Ναύπακτος ..... 2013

Τεστ στη Φυσική Α' Λυκείου  
 Όνομα: .....  
 Τμήμα: .....

#### ΘΕΜΑΤΑ

1. Ένα μικρό σώμα κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά, ξεκινώντας από τη θέση  $x = 0$ , και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του τις διάφορες χρονικές στιγμές φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα  $v-t$ . Να βρεθούν:



(α') Η συνολική του μετατόπιση.

.....  
 .....

(β') Το συνολικό διάστημα που διένυσε.

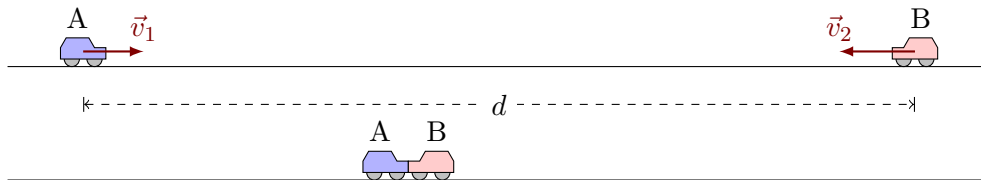
.....  
 .....

(γ') Η μέση ταχύτητά του.

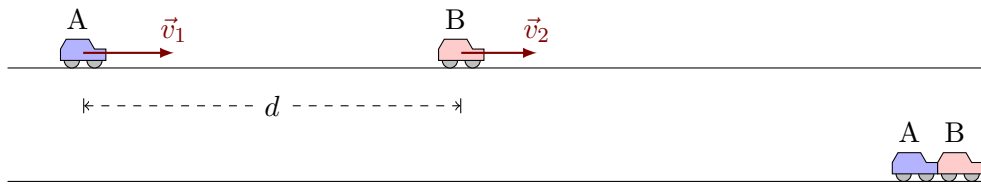
.....

(δ') Να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης-χρόνου ( $x-t$ ).

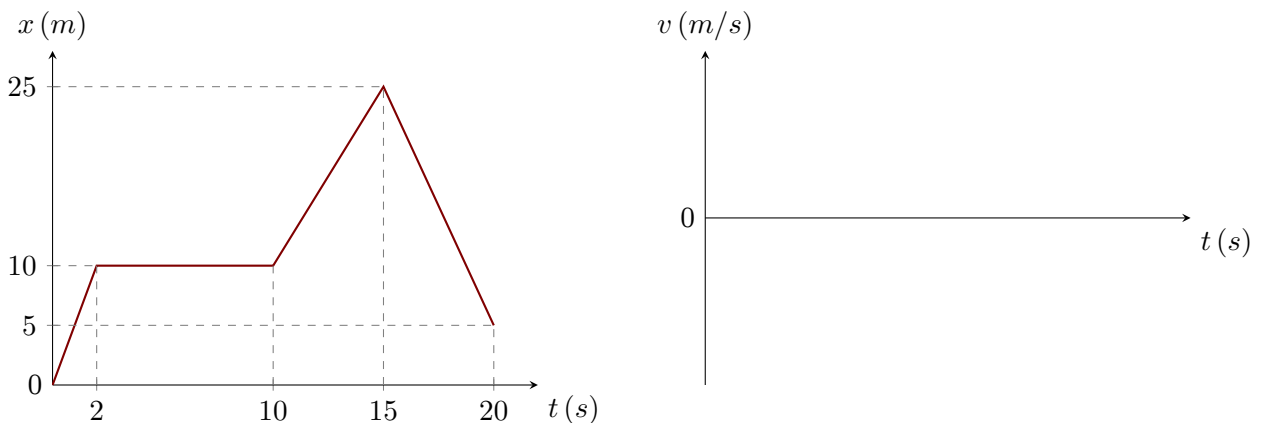
2. Δύο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται με αντίθετες ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 15 \text{ m/s}$  αντίστοιχα και τη στιγμή που φαίνεται στο σχήμα απέχουν απόσταση  $d = 200 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε (α') σε πόσο χρόνο  $t$  θα συναντηθούν και (β') τη θέση συνάντησης.



3. Τα ίδια αυτοκίνητα A και B κινούνται τώρα με ομόρροπες ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 20 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 10 \text{ m/s}$  αντίστοιχα και τη στιγμή που φαίνεται στο σχήμα απέχουν απόσταση  $d = 150 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε (α') σε πόσο χρόνο  $t$  θα συναντηθούν και (β') τη θέση συνάντησης.



4. Ένα σώμα κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και οι θέσεις του τις διάφορες χρονικές στιγμές δίνονται από το παρακάτω διάγραμμα x-t.



(α') Να υπολογίσετε τη συνολική μετατόπιση του σώματος.

.....  
 .....  
 .....

(β') Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διένυσε.

.....  
 .....  
 .....

(γ') Να βρείτε τη μέση ταχύτητά του.

.....  
 .....

(δ') Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου ( $v - t$ ).

2<sup>ο</sup> ΓΕΛ Ναυπάκτου  
Σχολικό έτος 2013-2014  
Ναύπακτος ... 2013

Τεστ στη Φυσική Α' Λυκείου  
Όνομα: .....  
Τμήμα: .....

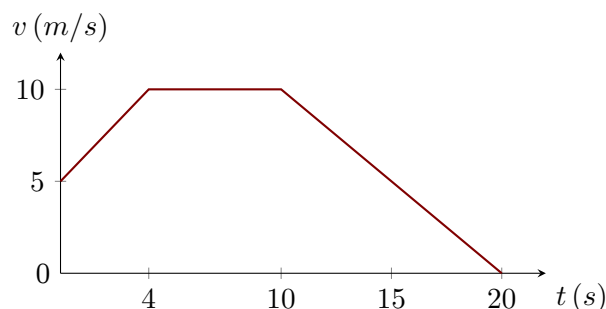
### ΘΕΜΑΤΑ

- Ένα μικρό σώμα κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά με σταθερή ταχύτητα. Η συνισταμένη δύναμη στο σώμα:
 

(α') είναι θετική. (γ') είναι μηδέν.  
(β') είναι αρνητική. (δ') δεν μπορούμε να ξέρουμε.
- Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται:
 

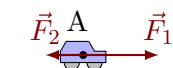
(α') είναι μεταβλητή.  
(β') είναι μηδέν.  
(γ') είναι σταθερή και έχει την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της κίνησης.  
(δ') είναι σταθερή και έχει την κατεύθυνση της κίνησης.
- Σώμα μάζας  $m$  δέχεται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$  και αποκτά επιτάχυνση μέτρου  $a$ . Αν δεχθεί τριπλάσια δύναμη η επιτάχυνσή του θα γίνει:
 

(α')  $3a$  (β')  $a$  (γ')  $\frac{a}{3}$  (δ')  $2a$
- Ένα σώμα κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του τις διάφορες χρονικές στιγμές φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα  $v - t$ .



Χαρακτηρίστε σωστές ή λάθος (Σ/Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

- (α') Από 0-4 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και ομόρροπη της ταχύτητας.  
(β') Από 0-10 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και ομόρροπη της ταχύτητας.  
(γ') Από 4-10 s η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική.  
(δ') Από 10-20 s η συνισταμένη δύναμη μειώνεται.  
(ε') Από 10-20 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και ομόρροπη της ταχύτητας.
- Το αυτοκινητάκι Α του σχήματος έχει μάζα  $m = 1 \text{ kg}$ , ηρεμεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και την χρονική στιγμή  $t = 0$  δέχεται δύο αντίρροπες οριζόντιες δυνάμεις μέτρων  $F_1 = 20 \text{ N}$  και  $F_2 = 5 \text{ N}$ , όπως στο σχήμα. Μετά από χρόνο  $t_1 = 2 \text{ s}$  καταργείται η δύναμη  $F_1$  και το αυτοκινητάκι μετά από λίγο σταματάει, οπότε καταργείται και η δύναμη  $F_2$ .



Να υπολογίσετε:

- (α') Την αρχική και τελική επιτάχυνση του αυτοκινήτου.
- (β') Την θέση που καταργήθηκε η δύναμη  $F_1$ .
- (γ') Τον ολικό χρόνο που κινήθηκε.

## 6.2 Διαγωνίσματα

2<sup>ο</sup> ΓΕΛ Ναυπάκτου  
 Σχολικό έτος 2013-2014  
 Ναύπακτος — Ιανουαρίου 2014  
 Διάρκεια: 100 min

Διαγώνισμα Α΄ Τετραμήνου, Ομ. (α΄)  
 Τάξη: Α΄ Λυκείου  
 Μάθημα: Φυσική Α΄ Γενικής  
 Εισηγητής: Παπαδημητρίου Χ. Γ.

Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_ Τμήμα: \_\_\_\_\_

### ΘΕΜΑΤΑ

#### Θέμα Α΄

Α΄1. Ένα σώμα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται

- (α΄) έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.
- (β΄) έχει αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της ταχύτητας.
- (γ΄) είναι μηδενική.
- (δ΄) είναι κάθετη στην ταχύτητα.

Α΄2. Σε λεωφορείο που ξαφνικά φρενάρει οι όρθιοι επιβάτες πέφτουν προς τα εμπρός

- (α΄) λόγω αδράνειας.
- (β΄) επειδή δέχονται δύναμη από το λεωφορείο.
- (γ΄) επειδή έχουν μεγάλη μάζα.
- (δ΄) επειδή είναι ακίνητοι.

Α΄3. Σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή της ταχύτητας  $\vec{v}$ . Το σώμα αποκτά

- (α΄) επιτάχυνση  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  ομόρροπη της ταχύτητας.
- (β΄) επιτάχυνση  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  αντίρροπη της ταχύτητας.
- (γ΄) επιτάχυνση  $\vec{a} = m\vec{F}$  ομόρροπη της ταχύτητας.
- (δ΄) επιτάχυνση  $\vec{a} = m\vec{F}$  αντίρροπη της ταχύτητας.

Α΄4. Δύο σώματα μαζών  $m_1$  και  $m_2$  με λόγο μαζών  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$  δέχονται ίσες συνισταμένες δυνάμεις

$\vec{F}$ . Ο λόγος των επιταχύνσεων  $\frac{a_1}{a_2}$  που αποκτούν είναι:

- (α΄)  $\frac{1}{2}$ .
- (β΄)  $\frac{2}{1}$ .
- (γ΄)  $\frac{1}{4}$ .
- (δ΄)  $\frac{4}{1}$ .

Α΄5. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

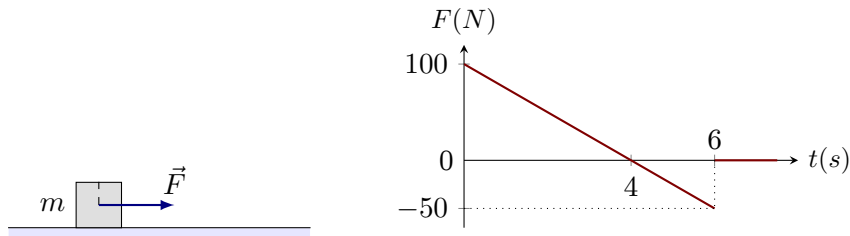
- (α΄) Αδράνεια είναι η ιδιότητα των σωμάτων να αντιστέκονται στη μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης.
- (β΄) Σώμα τριπλάσιας μάζας αποκτάει τριπλάσια επιτάχυνση αν δεχθεί την ίδια δύναμη με το αρχικό σώμα.
- (γ΄) Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Η συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  που δέχεται είναι σταθερή.
- (δ΄) Σώμα που δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  μεταβλητού μέτρου κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

(ε') Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα μπορεί να θεωρηθεί ως συνέπεια του δεύτερου νόμου.

Μονάδες 5, 5, 5, 5, 10

### Θέμα Β'

Β'1. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύβος μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ . Σε μια στιγμή  $t = 0$  ασκείται στον κύβο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , σταθερής διεύθυνσης, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

- (α') Ο κύβος αποκτά σταθερή επιτάχυνση.
- (β') Ο κύβος κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση για  $0 \leq t \leq 6 \text{ s}$ .
- (γ') Τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  ο κύβος ισορροπεί.
- (δ') Για  $t > 6 \text{ s}$  η κίνηση του κύβου είναι ευθύγραμμη και ομαλή.
- (ε') Η αρχική επιτάχυνση του κύβου έχει μέτρο  $a = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να δικαιολογήσετε όλες τις επιλογές σας.

Μονάδες  $5 \times 4$

Β'2. Σώμα κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  και δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ . Να αποδειχθεί ότι, με βάση τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton, θα εξακολουθήσει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

Μονάδες 10

### Θέμα Γ'

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σώμα μάζας  $m = 5 \text{ Kg}$ . Ξαφνικά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ , και επιταχύνεται. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  το σώμα μπαίνει σε περιοχή του επιπέδου όπου υπάρχει σταθερή δύναμη τριβής, μέτρου  $T = 10 \text{ N}$ , η οποία ως τριβή έχει κατεύθυνση αντίθετη της κίνησης (άρα και της  $\vec{F}$ ).

- (α') Να βρεθούν οι επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  του σώματος, πριν και μετά την εμφάνιση της δύναμη  $T$ .
- (β') Να υπολογιστεί η θέση  $x_1$  όπου άρχισε να δρα η τριβή  $T$ , και η ταχύτητα που έχει τότε το σώμα.

Τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$  καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$  και στο σώμα μένει μόνο η τριβή  $T$  που επιβραδύνει το σώμα.

- (γ') Να βρεθεί η ταχύτητα που έχει το σώμα τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$  και ο χρόνος που θα χρειαστεί μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
- (δ') Να υπολογιστεί το συνολικό διάστημα  $x_{ολ}$  που θα διανύσει το σώμα από την αρχική του θέση μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 10, 10, 10, 10

Καλή επιτυχία...

2<sup>ο</sup> ΓΕΛ Ναυπάκτου  
 Σχολικό έτος 2018-2019  
 Ναύπακτος 29 Νοεμβρίου 2018  
 Διάρκεια: 45 min

Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου, Ομ. (α')  
 Τάξη: Α' Λυκείου  
 Μάθημα: Φυσική Α' Γενικής Παιδείας  
 Εισηγητής: Παπαδημητρίου Χ. Γ.

Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_ Τμήμα: Α1

### ΘΕΜΑΤΑ

#### Θέμα Α'

**A'1.** Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση όταν:

- (α') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του αυξάνεται.
- (β') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του μειώνεται.
- (γ') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του έχει σταθερό μέτρο.
- (δ') κινείται με ταχύτητα που έχει σταθερό μέτρο.

**A'2.** Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση

- (α') μειώνεται.
- (β') παραμένει σταθερή.
- (γ') μεταβάλλεται.
- (δ') είναι μηδέν.

**A'3.** Σε μία ευθύγραμμη κίνηση όπου η μετατόπιση  $\Delta x$  είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου  $t$

- (α') το σώμα έχει σταθερή ταχύτητα.
- (β') το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση και αρχική ταχύτητα μηδέν.
- (γ') το σώμα είναι ακίνητο.
- (δ') το σώμα επιβραδύνεται.

**A'4.** Στο διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου η κλίση της γραφικής παράστασης μας δίνει

- (α') την ταχύτητα.
- (β') την επιτάχυνση.
- (γ') την μετατόπιση.
- (δ') τον χρόνο.

**A'5.** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

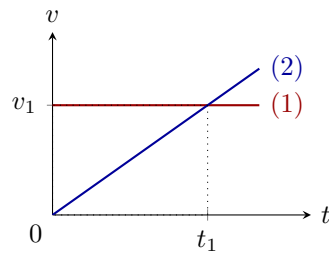
- (α') Η μετατόπιση  $\Delta x$  είναι διανυσματικό μέγεθος.
- (β') Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Τα διανύσματα της ταχύτητας  $\vec{v}$  και της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  είναι αντίθετα.
- (γ') Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου ( $x = f(t)$ ) μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα με την κλίση της γραφικής παράστασης.
- (δ') Επιτάχυνση  $1 \text{ m/s}^2$  σημαίνει ότι η θέση μεταβάλλεται κατά  $1 \text{ m}$  κάθε δευτερόλεπτο.
- (ε') Ένα σώμα μπορεί να έχει ταχύτητα μηδέν αλλά ρυθμό μεταβολής ταχύτητας διάφορο του μηδενός.

Μονάδες 5, 5, 5, 5, 10

#### Θέμα Β'

**B'1.** Δύο σώματα (1) και (2) κινούνται σε ευθεία γραμμή και την χρονική στιγμή  $t = 0$  περνάνε από κάποιο σημείο Ο το οποίο θεωρούμε ότι είναι η αρχή του συστήματος συντεταγμένων

( $x = 0$ ). Οι ταχύτητες των σωμάτων παριστάνονται σε συνάρτηση με τον χρόνο στο παρακάτω διάγραμμα:



Η σχέση των μετατοπίσεων των σωμάτων  $x_1$  και  $x_2$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

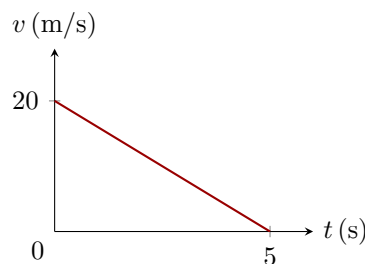
( $\alpha'$ )  $x_1 = x_2$

( $\beta'$ )  $x_1 = 2x_2$

( $\gamma'$ )  $x_1 = 4x_2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μον. 4) και δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μον. 10).

**B'2.** Σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και η ταχύτητά του σε σχέση με τον χρόνο δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα:



Η επιτάχυνσή του (κατά μέτρο) και η μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει είναι:

( $\alpha'$ )  $a = 4 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 100 \text{ m}$

( $\beta'$ )  $a = 4 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 50 \text{ m}$

( $\gamma'$ )  $a = 5 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 50 \text{ m}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μον. 4) και δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μον. 10).

### Θέμα Γ'

Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με  $\alpha_1 = 2 \text{ m/s}^2$  για χρονικό διάστημα  $t_1 = 10 \text{ s}$ . Μετά επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει με επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_2$ . Ο συνολικός χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου είναι  $t_{\text{ολ}} = 15 \text{ s}$ . Να υπολογίσετε:

**Γ'1.** Την μετατόπιση  $x_1$  που έκανε στην φάση της επιταχυνόμενης κίνησης.

**Γ'2.** Το μέτρο της επιτάχυνσης  $a_2$  που έχει το σώμα στην επιβραδυνόμενη κίνησή του.

**Γ'3.** Τη συνολική μετατόπιση του σώματος μέχρι να σταματήσει.

**Γ'4.** Την μέση ταχύτητα της κίνησής του.

Μονάδες 10, 12, 10, 10

Καλή επιτυχία...



2<sup>ο</sup> ΓΕΛ Ναυπάκτου  
 Σχολικό έτος 2018-2019  
 Ναύπακτος 29 Νοεμβρίου 2018  
 Διάρκεια: 45 min

Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου, Ομ. (β')  
 Τάξη: Α' Λυκείου  
 Μάθημα: Φυσική Α' Γενικής Παιδείας  
 Εισηγητής: Παπαδημητρίου Χ. Γ.

Όνοματεπώνυμο: \_\_\_\_\_ Τμήμα: Α1

**ΘΕΜΑΤΑ**

**Θέμα Α'**

**A'1.** Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση όταν:

- (α') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του αυξάνεται.
- (β') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του μειώνεται.
- (γ') κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά και η ταχύτητά του έχει σταθερό μέτρο.
- (δ') κινείται σε οποιαδήποτε τροχιά με ταχύτητα που έχει σταθερό μέτρο.

**A'2.** Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση

- (α') μειώνεται. (γ') μεταβάλλεται.
- (β') παραμένει σταθερή. (δ') είναι μηδέν.

**A'3.** Σε μία ευθύγραμμη κίνηση όπου η μετατόπιση  $\Delta x$  είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου  $t$

- (α') το σώμα έχει σταθερή ταχύτητα. (γ') το σώμα είναι ακίνητο.
- (β') το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση και αρχική ταχύτητα μηδέν. (δ') δεν έχουμε αρκετά στοιχεία για να απαντήσουμε.

**A'4.** Στο διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου το εμβαδό από την γραφική παράσταση μέχρι τον άξονα του χρόνου μας δίνει

- (α') την ταχύτητα. (γ') την μετατόπιση.
- (β') την επιτάχυνση. (δ') τον χρόνο.

**A'5.** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

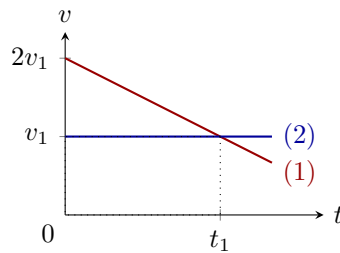
- (α') Η μετατόπιση  $\Delta x$  είναι μονόμετρο μέγεθος.
- (β') Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Τα διανύσματα της ταχύτητας  $\vec{v}$  και της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  είναι αντίθετα.
- (γ') Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου ( $x = f(t)$ ) μπορούμε να βρούμε την μετατόπιση με την κλίση της γραφικής παράστασης.
- (δ') Επιτάχυνση  $5 \text{ m/s}^2$  σημαίνει ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά  $5 \text{ m/s}$  κάθε δευτερόλεπτο.
- (ε') Ένα σώμα δεν μπορεί να έχει ταχύτητα μηδέν και ρυθμό μεταβολής ταχύτητας διάφορο του μηδενός.

Μονάδες 5, 5, 5, 5, 10

**Θέμα Β'**

**B'1.** Δύο σώματα (1) και (2) κινούνται σε ευθεία γραμμή και την χρονική στιγμή  $t = 0$  περνάνε από κάποιο σημείο Ο το οποίο θεωρούμε ότι είναι η αρχή του συστήματος συντεταγμένων

( $x = 0$ ). Οι ταχύτητες των σωμάτων παριστάνονται σε συνάρτηση με τον χρόνο στο παρακάτω διάγραμμα:



Η σχέση των μετατοπίσεων των σωμάτων  $x_1$  και  $x_2$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

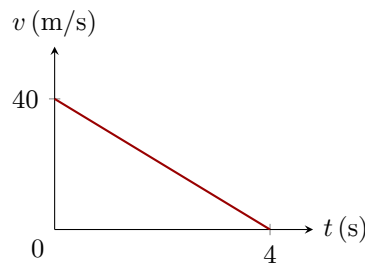
( $\alpha'$ )  $x_1 = x_2$

( $\beta'$ )  $x_1 = 3x_2$

( $\gamma'$ )  $x_1 = \frac{3}{2}x_2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μον. 4) και δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μον. 10).

**B'2.** Σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και η ταχύτητά του σε σχέση με τον χρόνο δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα:



Η επιτάχυνσή του (κατά μέτρο) και η μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει είναι:

( $\alpha'$ )  $a = 16 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 80 \text{ m}$

( $\beta'$ )  $a = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 160 \text{ m}$

( $\gamma'$ )  $a = 10 \text{ m/s}^2$  και  $\Delta x = 80 \text{ m}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση (μον. 4) και δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μον. 10).

### Θέμα Γ'

Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με  $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$  για χρονικό διάστημα  $t_1$ , κατά το οποίο διανύει απόσταση  $x_1 = 50 \text{ m}$ . Μετά επιβραδύνεται μέχρι να σταματήσει με επιτάχυνση μέτρου  $a_2$ . Ο συνολικός χρόνος κίνησης του αυτοκινήτου είναι  $t_{ολ} = 15 \text{ s}$ . Να υπολογίσετε:

**Γ'1.** Την χρονική διάρκεια  $t_1$  της επιταχυνόμενης κίνησης.

**Γ'2.** Το μέτρο της επιτάχυνσης  $a_2$  που έχει το σώμα στην επιβραδυνόμενη κίνησή του.

**Γ'3.** Τη συνολική μετατόπιση του σώματος μέχρι να σταματήσει.

**Γ'4.** Την μέση ταχύτητα της κίνησής του.

Μονάδες 10, 12, 10, 10

Καλή επιτυχία...